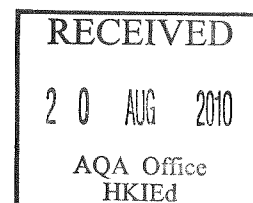


3307



## TDG Report

# Mathematically Deductive Reasoning skills on Euclidean Geometry through application of a Dynamic Geometric Tool

Issic KC Leung  
And  
Jessica MY Lai

October 20, 2009

# Table of Content

Introduction .....	2
School list .....	3
Samples of pre-test and post-test (in Chinese) .....	4-11
Result .....	12-15
Appendix .....	16-34
Teaching materials (in Chinese)	
(i) Lesson plan .....	16-26
(ii) Teaching Slides .....	27-30
DVD Content .....	31
Photos .....	32
Expenses .....	33
Invitation Letter (in Chinese) .....	34

## Introduction

Learning to identify various geometric figures is an essential content of many elementary mathematics curriculums. Students learn to distinguish various figures by categorizing their geometric properties, mainly according to two dimensions, namely the length of the edges and the size (measure) of the interior angles of the respective figures. But knowing how to tell them apart based on their geometric properties related to edges and interior angles does not help them to incorporate the abstract concept of inclusive and transitive properties among them. De Villiers (1994) asserted that the understanding of such conceptual properties is essential to students' logical reasoning skills for abstract proof in geometry. With the multimedia aid of the dynamic geometry software, the Digital Whiteboard (DWB), in the classroom, we expect to enhance the teaching and learning effectiveness by producing the so-called effect of animation-on-demand during the lessons. It is basically a dual delivery of the abstract geometric concepts by texts, narrations and words together with pictures, illustrations and animations. Before teaching to students, teachers must be trained on using DWB in teaching a prescribed topic of geometry with embedded deductive reasoning skills. We shall train up a team of volunteer teachers and test the effectiveness in their lessons at their own school. The result may serve an indicator on how to improve students' deductive reasoning skills on learning (Leung 2008).

## **Teaching Approach**

This investigation is an effort to better understand the effectiveness of teaching the hierarchical relationship of quadrilaterals under a dynamic geometric environment. The volunteer teachers have been trained to use the Smartboard (SB, a kind of digital whiteboard) since July. Trial teaching in September will allow them to rehearse on using it in classroom. Their participation will help us to have better knowledge on how good an innovative approach in teaching students to identify quadrilaterals via deductive reasoning with SB as an aid. And simultaneously, their competence on teaching such topic will be identified in the two aspects: subject content knowledge (SCK) and pedagogical content knowledge (PCK). Such SCK and PCK were firstly conceptualized by Shulman (1986) and further elaborated by many researchers such as Ball et al (2005) and Hill et al (2005).

To counter act the DWB as a teaching aid, we also introduce the geo-sticks as alternative to the main portion of delivering the inclusive and transitive properties of the quadrilaterals to another class of students besides that one using DWB in every single school. The lessons are video-taped and three students were selected to be interviewed after lesson for a special exercise to test their deductive reasoning skills learnt during the lessons. Each double lessons lasted for 55 to 60 minutes approximately. The test was done right after the lesson in class.

We managed to visit 7 schools and delivered 14 lessons (double lessons) to more than 400 students. A pre test and post test were given to students to assess how much the interference (the two designed teaching approaches) occurred.

In the coming sections, we present the details of data collection procedures, results and analysis.

## School list

The table shows all the schools participating in this experiment.

Code	School Name	Student Teacher	Date of data collection	Type I			Type II		
				Class	Code	no. of data	Class	Code	no. of data
D	基督教香港信義會紅磡信義學校 ELCHK Hung Hom Lutheran Primary School	Wong Lai Wa	29 Sept. 2008	4B	D1	26	4A	D2	31
E	保良局田家炳千禧小學 Po Leung Kuk Tin Ka Ping Millennium Primary School	Law Ka Kin (Derek)	30 Sept. 2008	4D	E1	31	4E	E2	29
B	鳳溪第二小學 (鳳溪創新小學) Fung Kai Innovative School	Wong Chung Wai	2 Oct. 2008	四心	B1	31	四立	B2	34
F	保良局朱正賢小學 Po Leung Kuk Chee Jing Yin Primary School	Cheng Ka Po	3 Oct. 2008	4B	F1	35	4D	F2	35
C	天水圍循道衛理小學 Tin Shui Wai Methodist Primary School	Hui Shan Shan (Sandra)	6 Oct. 2008	4F	C1	24	4C	C2	24
A	石籬天主教小學(下午) Shek Lei Catholic Primary School	Wong Hiu Ling	9 Oct. 2008	4B	A1	27	4C	A2	30
	聖公會馬鞍山主風小學 S.K.H. Ma On Shan Holy Spirit Primary School	Wong Kin Yan(Cindy)	13 Oct. 2008 & 14 Oct. 2008	4B		33	4D		32



The Education University  
of Hong Kong Library

For private study or research only.

Not for publication © Issac K.C. Leung, HK Institute of Education 2009-10

### Sample of pre-test and post-test papers:

There are two sample sets of test papers from two different groups: A1 and B2.

3/16

余君偉 (38)  
四三

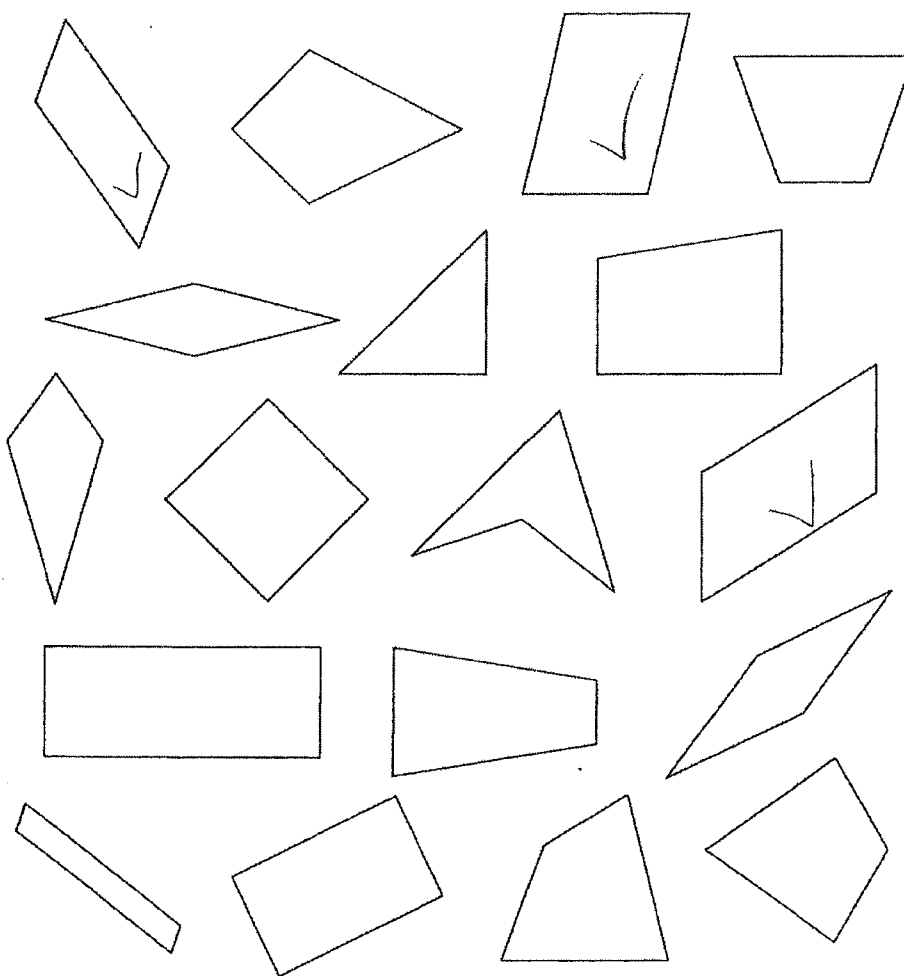
#### 小學四年級數學科 四邊形特性的比較 (2008)



全部題目作答。須時 15 分鐘。

③

1. 在下列各圖形中，找出所有平行四邊形，並把“√”寫在圖形中間。



- 17 2. 特性配對 - 把“√”寫在空格內以表示該四邊形擁有之特性。

特性 \ 圖形	平行四邊形	菱形	長方形	正方形
3 四邊相等				√
4 四個直角			√	√
4 兩組對邊長度相等	√	√	√	√
4 兩組對邊平行	√	√	√	√
2 兩組對角相等			√	√

- 3 3. 填充題 - 我是誰? 將適當的四邊形名稱填上:

(a) 我是四邊形，我有四個直角，四邊長度也相等，我必定是一個

正方形。

(b) 我是四邊形，我有四個直角，我必定是一個 長方形。

(c) 我是四邊形，四邊長度都是相等的，我必定是一個 正方形。

(d) 我是四邊形，我的兩組對邊都是平行的，我必定是一個

平行四邊形。

\*\*\*

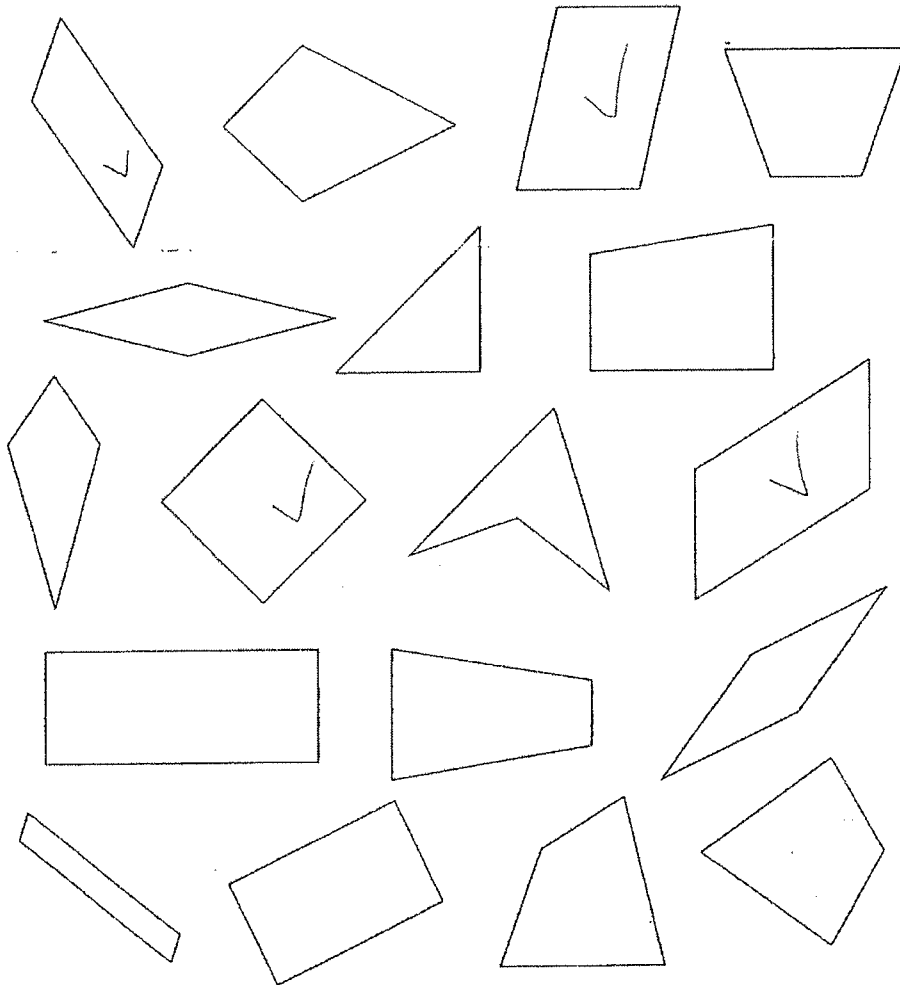
小學四年級數學科  
四邊形特性的比較 (2008)

姓名 余君偉 班別 四三



全部題目作答。須時 20 分鐘。

- ④ 1. 在下列各圖形中，找出所有平行四邊形，並把“✓”寫在圖形中間。



19

2. 特性配對 ~ 把“√”寫在空格內以表示該四邊形擁有之特性。

特性 \ 圖形	平行四邊形	菱形	長方形	正方形
3 四邊相等				√
4 四個直角			√	√
4 兩組對邊長度相等	√	√	√	√
4 兩組對邊平行	√	√	√	√
4 兩組對角相等	√	√	√	√

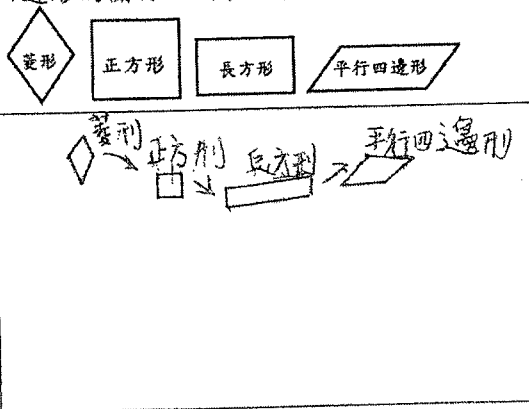
3

3. 填充題 ~ 我是誰? 將適當的四邊形名稱填上:

- (a) 我是四邊形，我有四個直角，四邊長度也相等，我必定是一個 正方形。
- (b) 我是四邊形，我有四個直角，我必定是一個 長方形。
- (c) 我是四邊形，四邊長度都是相等的，我必定是一個 正方形。
- (d) 我是四邊形，我的兩組對邊都是平行的，我必定是一個 平行四邊形。

4. 繪圖題

(a) 試把下列四邊形的關係以圖表繪畫出來。



- (b) 試解釋以上所繪畫的圖形關係。  
菱形把邊拉到90度變成正方形，再把正方形的邊  
拉成長方形，把長方形的邊拉成兩組對邊長度相等  
變成平行四邊形。

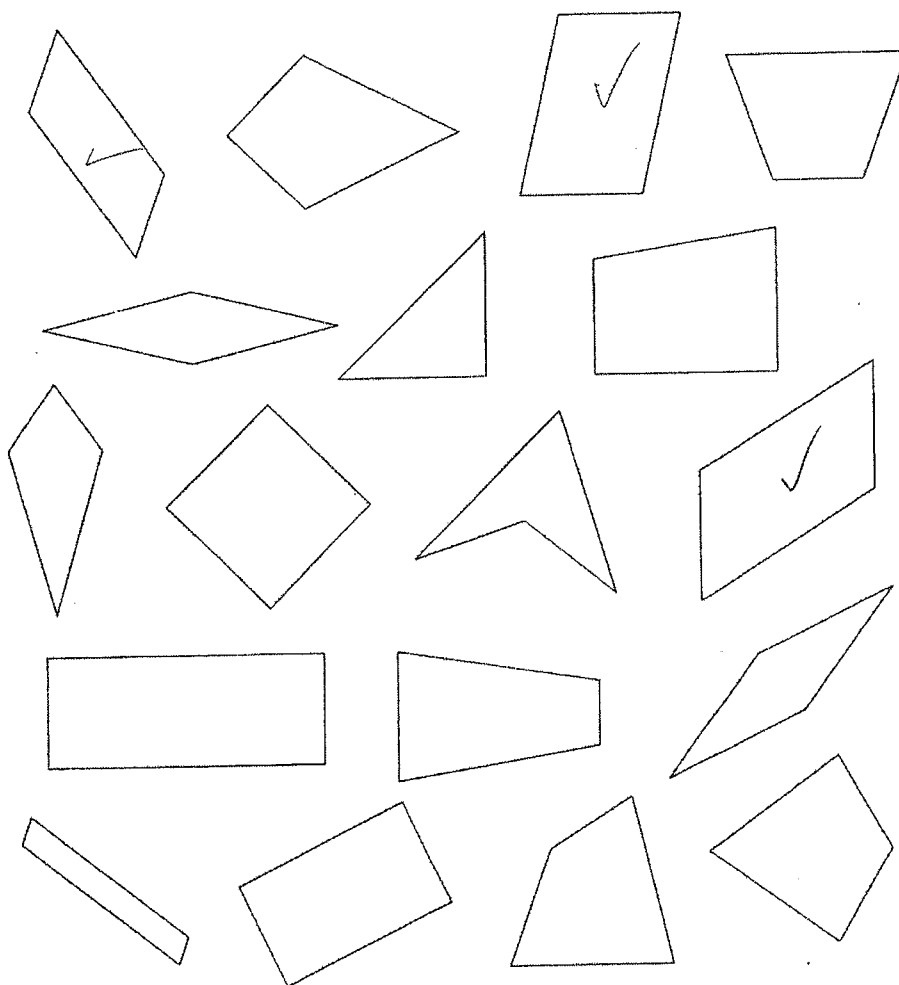
\*\*\*



小學四年級數學科  
四邊形特性的比較 (2008)

全部題目作答。須時 15 分鐘。

- 3 1. 在下列各圖形中，找出所有平行四邊形，並把“√”寫在圖形中間。



18

2. 特性配對 ~ 把“√”寫在空格內以表示該四邊形擁有之特性。

特性 \ 圖形	平行四邊形	菱形	長方形	正方形
4 四邊相等		√		√
4 四個直角			√	√
4 兩組對邊長度相等	√	√	√	√
4 兩組對邊平行	√	√	√	√
2 兩組對角相等			√	√

4 3. 填充題 ~ 我是誰? 將適當的四邊形名稱填上:

(a) 我是四邊形，我有四個直角，四邊長度也相等，我必定是一個

正方形。

(b) 我是四邊形，我有四個直角，我必定是一個長方形。

(c) 我是四邊形，四邊長度都是相等的，我必定是一個菱形。

(d) 我是四邊形，我的兩組對邊都是平行的，我必定是一個

平行四邊形。

\*\*\*

小學四年級數學科  
四邊形特性的比較 (2008)

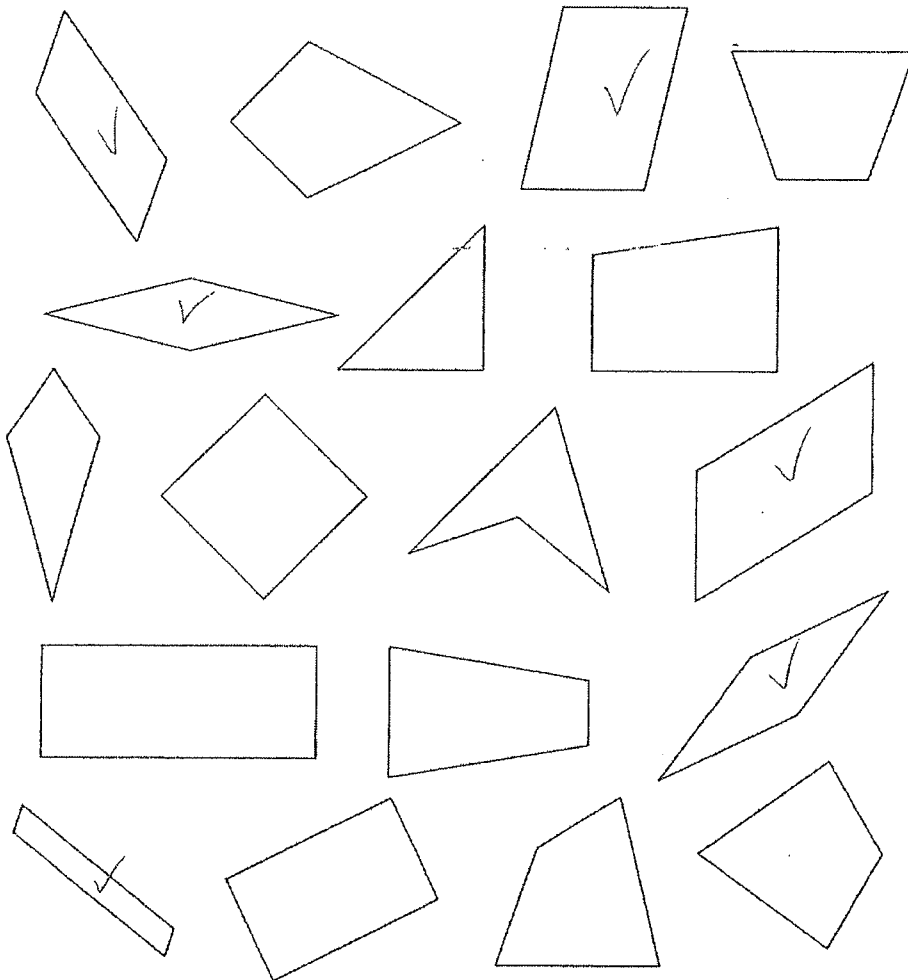
姓名 潘長江 班別 4B



全部題目作答。須時 20 分鐘。

6

1. 在下列各圖形中，找出所有平行四邊形，並把“✓”寫在圖形中間。



20

2. 特性配對 - 把“√”寫在空格內以表示該四邊形擁有之特性。

特性 \ 圖形	平行四邊形	菱形	長方形	正方形
四邊相等		√		√
四個直角			√	√
兩組對邊長度相等	√	√	√	√
兩組對邊平行	√	√	√	√
兩組對角相等	√	√	√	√

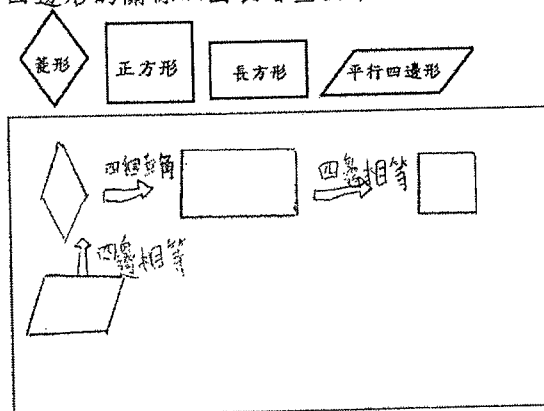
4

3. 填充題 - 我是誰? 將適當的四邊形名稱填上:

- (a) 我是四邊形，我有四個直角，四邊長度也相等，我必定是一個 正方形。
- (b) 我是四邊形，我有四個直角，我必定是一個 長方形。
- (c) 我是四邊形，四邊長度都是相等的，我必定是一個 菱形。
- (d) 我是四邊形，我的兩組對邊都是平行的，我必定是一個 平行四邊形。

4. 繪圖題

(a) 試把下列四邊形的關係以圖表繪畫出來。



(b) 試解釋以上所繪畫的圖形關係。

平行四邊形有四個角，菱形有四個直角，叫做長方形，長方形有四個相等，叫做正方形。

\*\*\*

## Results and Data Analysis

There are two sets of data. The first set is the data on teachers' competence while the second set is for students' performance correspondingly. We look at those for teachers first. Using rectangle-square-rectangle as an example, we are measuring and observing how and what teachers are teaching in the lesson:

Item on quadrilaterals	Indicators on change of "prototype"	Teachers' explanation (anchors) as an indicators on how teachers master the concepts of (1) sufficiency or necessity (2) imposing or relaxing a condition (property) (3) family of membership (4) conclude from (1) to (3) to ...
Rectangle-square-rectangle	Length of two sides of a rectangle diminish until it reach a stage that length is equal to width	(3) "...rectangle changes to a square, such square is originally from a rectangle; the square is a very special..., they are from the same family" (1) "...the property <i>two pairs opposite sides equal</i> still holds." (2) "the square own the property that <i>4 sides equal</i> , it is an extra condition" (4) teachers pointed to the square and saying that: "Can we call it a rectangle, now?"

We must identify and define what and how well the teachers have done before we claimed that he/she has effectively delivered the concept. A summary of teacher CKP is given below. CKP is one of the best performed teachers.

### Summary of the explanation (verbal and written)

Teacher 1 (CKP)	Demonstrate the concepts-observed by the Indicators. Type I Class (Geo stick) -emphasis	Demonstrate the concepts-observed by the Indicators. Type II Class (dynamic tool)-emphasis	Remarks She stress on the classification of the quadrilateral by their properties
Rectangle-square-rectangle	(1), (2)	(1), (2)	yes
Parallelogram-rhombus-Parallelogram	(1), (2)	(1), (2)	yes
Rhombus-square-rhombus	(1), (2)	(1), (2)	yes
Parallelogram-rectangle-Parallelogram	(1), (2)	(1), (2)	yes

The qualitative results of analysis the competence serves valuable information for our analysis.

For the data analysis of the students' performance, we pick question (4) as illustrative example. In it, we ask the students to construct the interrelation picture, which will illustrate the hierarchical classification of the four quadrilaterals: parallelogram-rectangle-rhombus-square, we identify if students can produce the picture and explain correspondingly how the pictures so drawn in the way to indicate their interrelationship (see page 7 or 11, Question 4). Accordingly, three kinds of reasons in the written explanation will be classified:

Factual: telling something that facts, validated results or confirmed knowledge

Analytical: giving justifies reasoning and explanation of rationale

Conclusive: confirming the inclusive and transitive properties among quadrilaterals

The statistics of correct responses of Q4 (b) of the students from all six schools are given:

Schools	Factual (type I / II)	Analytical (type I / II)	Conclusive (type I / II)
A	2 / 11	11 / 7	1 / 2
B	0 / 3	0 / 22	0 / 1
C	4 / 4	5 / 3	3 / 2
D	5 / 8	3 / 5	8 / 4
E	1 / 5	1 / 3	4 / 0
F	16 / 8	8 / 10	6 / 2

#### Marking Scheme of question 4(b)

The following table shows some possible answers of question 4(b). We mark this question by considering the type of their answers.

R1	平行四邊形、長方形、菱形及正方形都擁有兩組對邊長度相等、兩組對邊平行及兩組對角相等的特性。 (平行四邊形、長方形、菱形及正方形都滿足兩組對邊長度相等、兩組對邊平行及兩組對角相等的條件。)
R2	滿足四邊相等的平行四邊形稱為菱形。
R3	滿足四個直角的平行四邊形稱為長方形。
R4	滿足四個直角的菱形稱為正方形。
R5	滿足四邊相等的長方形稱為正方形。
F1	正方形擁有最多特性，而長方形、菱形次之，平行四邊形擁有最少特性。
F2	長方形擁有平行四邊形的特性。
F3	菱形擁有平行四邊形的特性。
F4	正方形擁有平行四邊形的特性。
F5	正方形擁有長方形的特性。
F6	正方形擁有菱形的特性。
F7	平行四邊形可變成長方形。
F8	平行四邊形可變成菱形。
F9	長方形可變成正方形。
F10	菱形可變成正方形。

C1	長方形是平行四邊形的一種。
C2	菱形是平行四邊形的一種。
C3	正方形是平行四邊形的一種。
C4	正方形是長方形的一種。
C5	正方形是菱形的一種。
C6	所有長方形都是平行四邊形。
C7	所有菱形都是平行四邊形。
C8	所有正方形都是平行四邊形。
C9	所有正方形都是長方形。
C10	所有正方形都是菱形。

### The general results of questions 1 to 3 (Pre-test).

The pretest is taken before the lesson. The following table shows the average result and standard deviation of each class. A1 refers the type I class of school A, etc.

Class	Size	Question 1		Question 2		Question 3	
		Average	S.D.	Average	S.D.	Average	S.D.
A1	27	14.81	1.71	13.44	3.91	3.19	1.11
A2	30	15.10	2.51	15.07	3.23	2.97	1.38
B1	31	13.52	0.96	12.16	3.54	3.23	0.96
B2	34	14.50	1.76	15.94	2.51	3.26	0.93
C1	24	14.58	1.72	14.08	2.76	3.00	1.14
C2	24	14.92	2.04	15.38	3.40	3.58	0.72
D1	26	13.27	1.28	14.19	3.12	3.35	0.80
D2	31	13.90	1.62	14.13	3.45	2.87	1.28
E1	31	14.29	1.57	14.39	3.09	3.45	0.99
E2	29	14.14	1.48	15.86	2.34	3.59	0.78
F1	35	14.49	1.74	16.03	2.50	2.77	1.29
F2	35	14.57	1.50	14.23	2.28	3.46	1.04

### The general results of questions 1 to 4 (Post-test).

The post test is taken after the lesson. The following table shows the average result and standard deviation of each class. The statistics of question 4 is also shown in the table.

Class	Size	Question 1		Question 2		Question 3		Question 4	
		Average	S.D.	Average	S.D.	Average	S.D.	No. of attempt	Correct Answer
A1	27	15.19	1.92	18.56	2.19	3.63	0.93	23	14
A2	30	16.63	1.90	18.83	2.34	3.70	0.88	27	16
B1	31	14.23	1.87	17.35	2.51	3.19	1.11	12	0
B2	34	16.26	2.09	19.12	1.75	3.41	1.13	33	26
C1	24	13.71	2.33	18.50	2.60	3.58	0.88	22	10
C2	24	15.96	2.20	17.25	2.94	3.67	0.64	21	9
D1	26	14.42	2.14	19.27	1.51	3.62	0.70	23	14
D2	31	14.90	2.15	18.26	2.98	3.35	1.20	27	13
E1	31	14.45	2.05	17.10	3.24	3.48	0.96	30	6
E2	29	14.93	2.17	19.34	1.47	3.79	0.68	22	7
F1	35	16.86	1.90	19.43	1.07	3.23	1.03	33	24
F2	35	17.14	1.83	18.97	1.56	3.74	0.70	27	19



## Conclusion

We can see from the simple statistical data that the two approaches (using DWB verses using geo-sticks) have their own advantages through which teachers deliver the inclusion property among quadrilaterals. The effectiveness of teaching all depends on how teachers elaborate the variation of interior angles and the length of respective sides of quadrilaterals. This investigation only aim at telling the students that a figure is by its nature have different names to be called and the prototypical meaning of a figure is something hidden and does not directly expose the geometric properties the figure possesses. A second stage of investigation about these hierarchical properties among the basic seven quadrilaterals could be conducted provided that further financial support is given.

## Reference

- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 57(1), 1-22.
- Ball, D.L., Hill, H.C. & Bass, H. (2005). Knowing Mathematics for Teaching: who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(3). 14-17, 20-22, 43-46.
- Hill, H.C., Rowan, B. & Ball, D.L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Students Achievement. *American Education Research*, 42(2). 371-406.
- Leung, I. K. C. (2008). Teaching and Learning of Inclusive and Transitive Properties among Quadrilaterals by Deductive Reasoning Using a Dynamic Geometry Tool. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 40(6). 1007-1021.



## **Appendix**

### **Teaching materials**

- (i) Lesson plan (in Chinese)

The lesson plan for all the class in this experiment.

### **甲.教學設計基本資料**

#### **一. 選定課題的基本資料：**

1. 學習範疇：圖形與空間
2. 學習單位：4S1 四邊形(三)
3. 教學對象：四年級（上學期）
4. 學習重點：
  - (a) 比較各種四邊形的特性。
  - (b) 找出有共同關係的四邊形。
  - (c) 認識正方形是長方形的一種、菱形是平行四邊形的一種、正方形是菱形的一種及它們的互為關係。
5. 學生的已有知識：
  - (a) 已認識平行線。
  - (b) 已認識正方形、長方形、平行四邊形、梯形及菱形的簡單特性。
  - (c) 能清楚辨認各種四邊形。
  - (d) 能正確說出各種四邊形的特性。
6. 教學目標：透過本課堂，學生能夠
  - (a) 明白四邊形(正方形、長方形、菱形和平行四邊形)的互為關係。
  - (b) 建立出集和子集的概念。
7. 教學軟件：Smartboard、Sketchpad

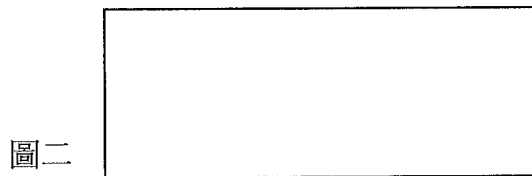
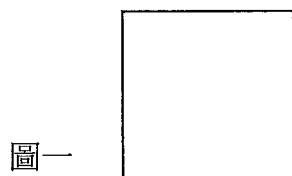
#### **二. 其他基本資料：**

1. 時間：70 分鐘
2. 班級：四年級
3. 學生人數：30 - 40 人
4. 教節：第三、四節 / 四節
5. 教師：鄭嘉寶

## 乙. 教學流程(教案)

正方形是長方形的一種

Q1. 你知道下列圖形的正確名稱嗎？



A: 圖一是正方形，圖二是長方形。

Q2. 為什麼你們說圖一是正方形？你是根據些什麼認為它是個正方形？

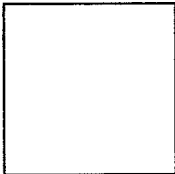
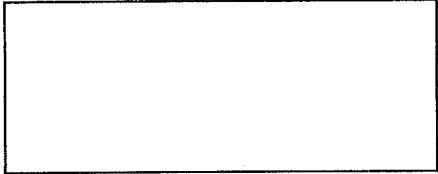
A: 圖一的正方形是 (四邊相等 / 四角相等 / 兩組對邊相等 / 兩組對角相等 / 兩組對邊平行)。

Q3. 那麼你們知道剛才你們所說的是什麼嗎？

A: 是正方形的特性。

Q4. 答得好，原來當我們要分辨圖形的時候，我們會看看它擁有的特性。

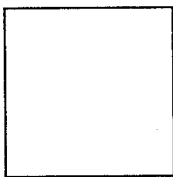
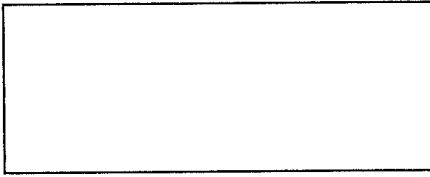
現在 SB 上顯示了一個表【表一】，你們能幫老師完成這個表嗎？

圖一		四邊形的特性	圖二	
正方形的特性：		四邊相等 四角相等 兩組對邊相等 兩組對角相等 兩組對邊平行 只是一組對邊相等	長方形的特性：	

表一

Q5. 我想請一些同學協助老師完成這個表，有誰可以前來幫忙？

A:

<p>圖一</p> 	<p>四邊形的特性</p>	<p>圖二</p> 
<p>正方形的特性：</p> <p>兩組對邊相等</p> <p>兩組對角相等</p> <p>兩組對邊平行</p> <p>四角相等</p> <p>四邊相等</p>	<p>兩組對邊相等</p> <p>兩組對角相等</p> <p>兩組對邊平行</p> <p>四邊相等</p> <p>四角相等</p> <p>只是一組對邊相等</p>	<p>長方形的特性：</p> <p>兩組對邊相等</p> <p>兩組對角相等</p> <p>兩組對邊平行</p> <p>四角相等</p>

Q6. 同學們，這個表完成了嗎？有沒有地方出錯？

A: 完成了，而且沒有錯。

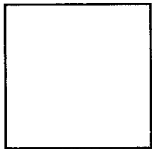

Q7. 好。同學們對長方形和正方形的特性的確了解。

不過，老師現在有一個問題想考考大家，你們要仔細想一想，然後才回答。

Q8. 你們還記得我們今課的目標嗎？我們今課的目標是想學會不同的四邊形之間的關係。

所以，老師接下來的問題就是：正方形和長方形有什麼關係？

同時，老師在 SB 上顯示【表二】：

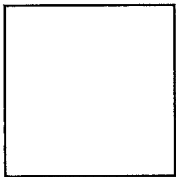
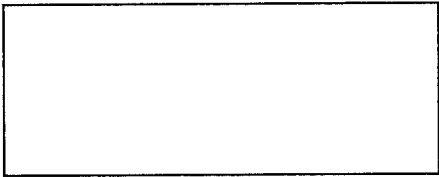
正方形	長方形
圖一 	圖二 
正方形的特性： 兩組對邊相等 兩組對角相等 兩組對邊平行 四角相等 四邊相等	長方形的特性： 兩組對邊相等 兩組對角相等 兩組對邊平行 四角相等

表二

A: 正方形和長方形都同時擁有某些四邊形的特性，如：兩組對邊相等 / 兩組對角相等 / 兩組對邊平行 / 四角相等。

Q9. 同學的觀察力果然不錯。對，原來正方形和長方形都同時具有某些相同的特性。現在我們就一起找出這些正方形和長方形的相同特性吧。

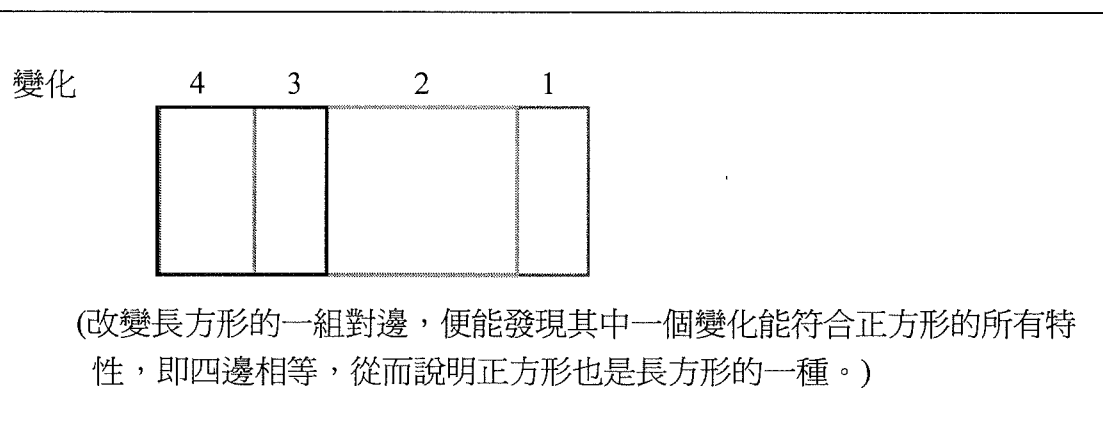
A:

正方形	長方形
圖一 	圖二 
正方形的特性： 兩組對邊相等 兩組對角相等 兩組對邊平行 四角相等 四邊相等	長方形的特性： 兩組對邊相等 兩組對角相等 兩組對邊平行 四角相等

Q10. 同學們做得很好，那麼你們現在認為，正方形和長方形有什麼關係？

A: 不知道。 / 它們同時是（兩組對邊相等 / 兩組對角相等 / 兩組對邊平行 / 四角相等）。

老師在 SB 顯示下列過程。

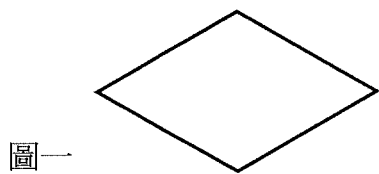


講解：老師向學生指出：

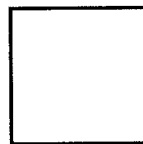
- (1) 正方形是長方形的一種。
- (2) 正方形擁有所有長方形的特性 / 正方形完全符合長方形的特性。
- (3) 當 A 圖形(這裡指正方形)完全符合 B 圖形(這裡指長方形)的特性時，我們便說 A 圖形是 B 圖形的一個例子。

正方形是菱形的一種

Q1. 你知道下列圖形的正確名稱嗎？



圖一



圖二

A: 圖一是菱形，圖二是正方形。

Q2. 正方形的特性剛才已經說過了，你們還記得嗎？

A: 記得。

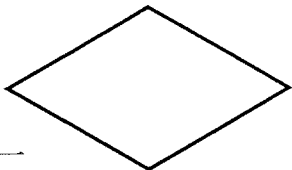
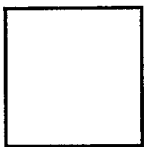
Q3. 那麼你們是根據些什麼認為圖一是個菱形？

A: 根據它(圖一)所擁有的特性把它分類。

圖一是菱形，因為它有菱形的特性 (四邊相等 / 兩組對邊相等 / 兩組對角相等 / 兩組對邊平行)。

Q4. 答得好，這些都是四邊形(菱形)的特性。

現在 SB 上又出現了一個表【表三】，你們能幫老師完成這個表嗎？

 圖一	<b>四邊形的特性</b>	 圖二
菱形的特性：	四邊相等 四角相等 兩組對邊相等 兩組對角相等 兩組對邊平行 只是一組對邊相等	正方形的特性：

表三

Q9. 同學們做得很好。原來菱形和正方形都同時具有這些特性，它們包括(四邊相等 / 兩組對邊相等 / 兩組對角相等 / 兩組對邊平行)。

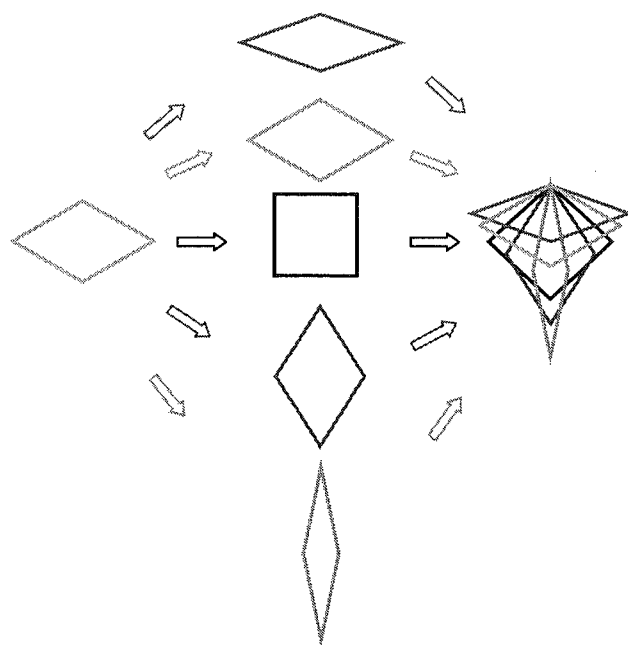
Q10. 那麼你們知道菱形和正方形有什麼關係嗎？

A: 正方形是菱形的一種。

Q11. 為什麼正方形是菱形的一種？

A: 因為正方形擁有所有菱形的特性。

Q12. 那麼你們知道菱形改變哪一些特性而成為正方形嗎？我們一起看看吧。  
老師在 SB 顯示下列過程。



(改變菱形兩組對角的大小，便能發現其中一個變化能符合正方形的所有特性，即四角相等，從而說明正方形也是菱形的一種。)

Q13. 那麼你們知道這兩組對角的大小調較成怎樣便會是一個正方形？

A: 當菱形的四隻角都是直角，便是正方形了。

講解：老師向學生指出：

- (1) 正方形是菱形的一種。
- (2) 正方形擁有所有菱形的特性 / 正方形完全符合菱形的特性。
- (3) 【重溫】當 A 圖形(這裡指正方形)完全符合 B 圖形(這裡指菱形)的特性時，我們便說 A 圖形是 B 圖形的一個例子 / 一種。

正方形、長方形和菱形都是平行四邊形的一種

Q1. 相信各位同學對四邊形的特性都有一定的認識，現在請各同學一起完成這個表【表五】。

特性	平行四邊形	菱形	長方形	正方形
兩組對邊相等				
四邊相等				
兩組對角相等				
四隻角相等				
兩組對邊平行				

表五

(老師為同學分組，並著同學前往 SB 回答問題。)

(四組同學回答問題，其餘組別的同学協助核對答案。)

A:

特性	平行四邊形	菱形	長方形	正方形
兩組對邊相等	X	X	X	X
四邊相等		X		X
兩組對角相等	X	X	X	X
四隻角相等			X	X
兩組對邊平行	X	X	X	X

Q2. 根據這個表和剛才所學，你們能指出平行四邊形和另外三種圖形的關係嗎？我們現在先看看平行四邊形和菱形的關係。我們可嘗試從它們的特性去看。

A: 菱形擁有平行四邊形的所有特性，所以菱形是平行四邊形的一種 / 一個例子。

Q3. 你可以讀出它們共有的特性嗎？(老師用不同顏色圈出)

A:



特性	平行四邊形	菱形
兩組對邊相等	X	X
四邊相等		X
兩組對角相等	X	X
四隻角相等		
兩組對邊平行	X	X

Q4. 你們已經知道菱形和平行四邊形的關係是菱形是平行四邊形的一種，那麼是不是所有平行四邊形都是菱形？

A: 不知道 / 不是。

Q5. 老師用 SB 顯示平行四邊形變成菱形的過程，並指出當平行四邊形的四條邊都是相等的时候，便會是菱形。從而帶出當一個圖形(如平行四邊形)所具有的特性增加，便可能同時是另一種圖形(如菱形)。

Q6. 老師叫學生嘗試找出平行四邊形和長方形的關係。

A: 長方形是平行四邊形的一種 / 一個例子，因為長方形擁有平行四邊形的所有特性。

Q7. 老師直接在 SB 上圈出平行四邊形和長方形共有的特性，並叫學生想一想平行四邊形如何能變成菱形和用 SB 展示這過程。

特性	平行四邊形	長方形
兩組對邊相等	X	X
四邊相等		
兩組對角相等	X	X
四隻角相等		X
兩組對邊平行	X	X

Q8. 老師問學生為什麼平行四邊形經過這樣的變化便是一個長方形？

A: 因平行四邊形已擁有所有長方形的特性，所以現在也是一個長方形。

Q9. 老師問學生，是不是任意一個平行四邊形都是長方形？

A: 不知道。

Q10. 老師向學生講解因為不是每個平行四邊形都能擁有所有長方形的特性，所以在沒有足夠的資料證明一個平行四邊形是四角相等時是不可以把平行四邊形說成長方形。

【重溫】只有當 A 圖形(這裡指長方形)完全符合 B 圖形(這裡指平行四邊形)的特性時，我們便說 A 圖形是 B 圖形的一個例子 / 一種。

Q11. 現在我們再看看下表：

特性	平行四邊形	菱形	長方形	正方形
兩組對邊相等	X	X	X	X
四邊相等		X		X
兩組對角相等	X	X	X	X
四隻角相等			X	X
兩組對邊平行	X	X	X	X

你們能說出平行四邊形和正方形的關係嗎？

A: 正方形是平行四邊形的一種 / 一個例子，因為正方形擁有平行四邊形的所有特性。

Q12. 老師問學生正方形除了是平行四邊形的一種外，正方形還與表中的其他圖形有關係嗎？

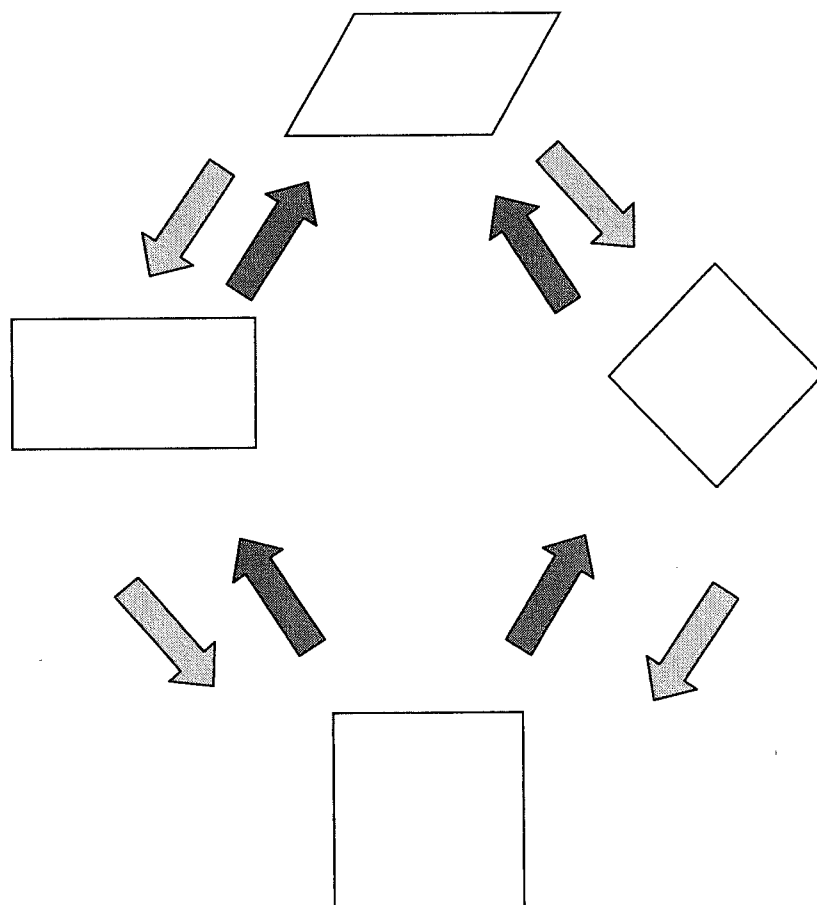
A: 正方形同時是長方形和菱形的一種。

Q13. 老師問學生柏嘗試說出平行四邊形變成正方形的過程。

A: 當平行四邊形同時額外具有四邊相等和四隻角相等時，便是一個正方形。

## 總結

Q1. 老師向學生展示平行四邊形、正方形、長方形和菱形的互為關係。

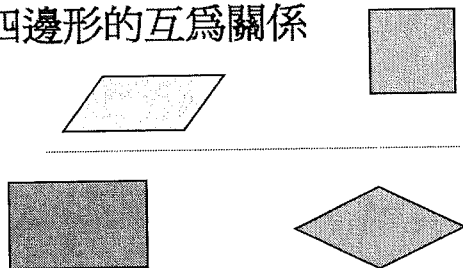


\*\*\*

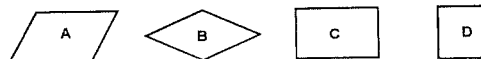
## In class presentation slides

There are the teaching slides which are used in all the classes.

### 四邊形的互為關係

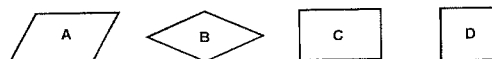


### 你知道下列圖形的名稱和特性嗎？



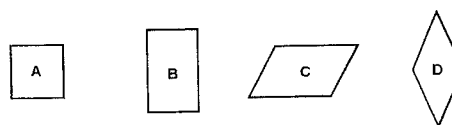
圖案	A	B	C	D
名稱	平行四邊形	菱形	長方形	正方形
特性				
兩組對邊平行				
兩組對角相等				
兩組對邊相等				
四個直角				
四邊相等				

### 你知道下列圖形的名稱和特性嗎？

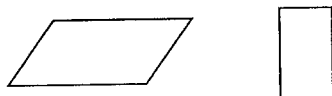


圖案	A	B	C	D
名稱	平行四邊形	菱形	長方形	正方形
特性				
兩組對邊平行	✓	✓	✓	✓
兩組對角相等	✓	✓	✓	✓
兩組對邊相等	✓	✓	✓	✓
四個直角			✓	✓
四邊相等		✓		✓

### 以下哪些圖形擁有兩組對邊平行的特性？

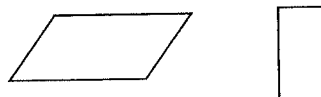


### 平行四邊形？ 長方形？



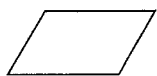
名稱	平行四邊形	長方形
特性		
兩組對邊平行		
兩組對邊相等		
兩組對角相等		
四個直角		
四邊相等		

### 平行四邊形？ 長方形？

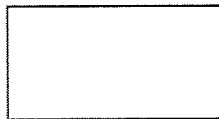


名稱	平行四邊形	長方形
特性		
兩組對邊平行	✓	✓
兩組對邊相等	✓	✓
兩組對角相等	✓	✓
四個直角		✓
四邊相等		

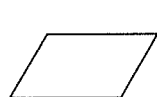
平行四邊形和長方形有關係嗎？



它是什麼圖形？



平行四邊形和長方形有關係嗎？

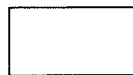


四個直角



- 擁有多了一個條件 —— 四個直角
- 名稱：長方形
- 長方形是平行四邊形的一種

若長方形的邊長改變，長方形會有什麼變化？



？

若長方形的邊長改變，長方形會變成.....

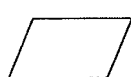


四邊相等

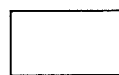


- 擁有多了一個條件 —— 四邊相等
- 名稱：正方形
- 正方形是長方形的一種

平行四邊形、長方形和正方形的關係 (包含及傳遞)



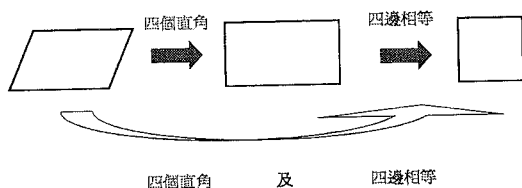
四個直角



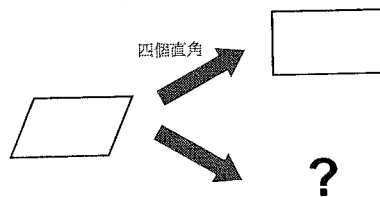
四邊相等



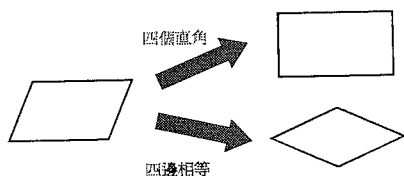
平行四邊形、長方形和正方形的關係(包含及傳遞)



平行四邊形的變化.....



平行四邊形的變化.....

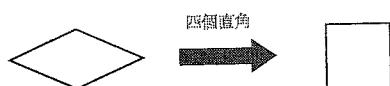


- 擁有多了一個條件 —— 四邊相等
- 名稱：菱形
- 菱形是平行四邊形的一種

若菱形的角度改變，菱形會有什麼變化？

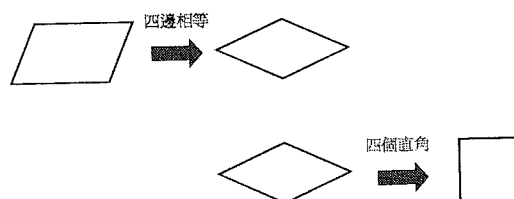


若菱形的角度改變，菱形會變成.....

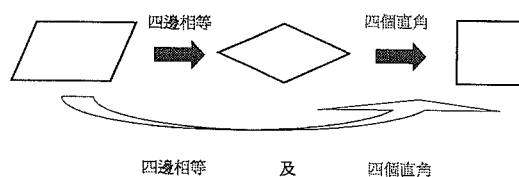


- 擁有多了一個條件 —— 四個直角
- 名稱：正方形
- 正方形是菱形的一種

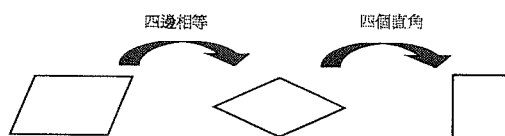
平行四邊形、菱形和正方形的關係(包含及傳遞)



平行四邊形、菱形和正方形的關係(包含及傳遞)



平行四邊形、菱形和正方形的關係(包含及傳遞)



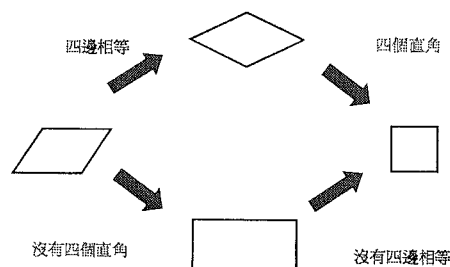
平行四邊形、菱形、和正方形的關係(包含及傳遞)



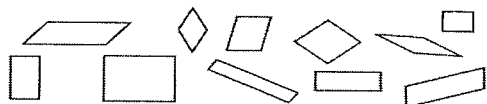
平行四邊形、菱形、和正方形的關係(包含及傳遞)



平行四邊形、菱形、長方形和正方形的關係(包含及傳遞)



請把下列圖形放在適當的位置內



名稱	平行四邊形家族	菱形家族	長方形家族	正方形家族
圖形				

請把下列圖形放在適當的位置內

名稱	平行四邊形家族	菱形家族	長方形家族	正方形家族
圖形				

## DVD Content

The DVD enclosed contains some clips which record different status of this project. The following shows the list of the DVD content of each chapter. All the clips in the DVD are in Cantonese.

Chapter 1	Preparation Meeting
Chapter 2	Smart board training
Chapter 3	Lesson by student teacher (Experimental group)
Chapter 4	Individual Interview (Experimental group)
Chapter 5	Lesson by student teacher (Control group)
Chapter 6	Individual Interview (Control group)

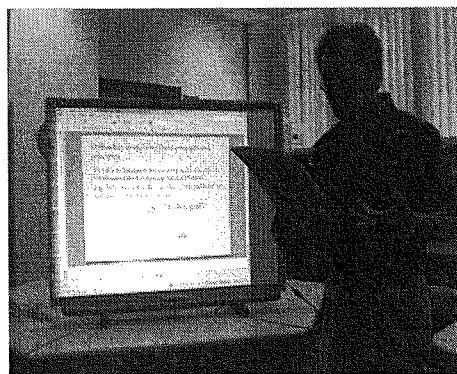


## Photos

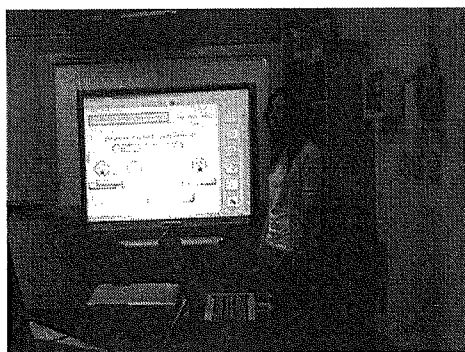
The followings are some photos.



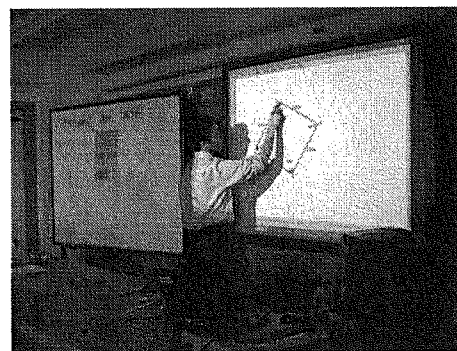
Preparation meeting – Dr. Lai discussed the lesson plan with student teachers.



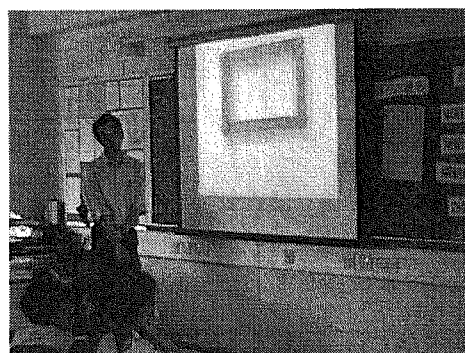
Preparation training – Dr. Leung discussed the essential idea of this experiment with student teachers.



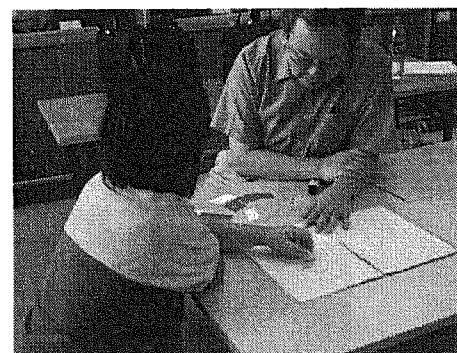
Smart board Training – All the student teachers attend the smart board training before experimental teaching.



Experiment Group – Student teacher teaching the class with the digital white board.



Control Group – Student teacher teaching the class with geostick.



Interview with student – After the lesson, some student are invited to do test with Venn diagram.