

# 變易學習理論在小學數學不規則圖形周界教學的實踐

## The Application of Variation Theory in teaching Perimeter of Irregular Shapes

Submitted by  
*LAU CHIN HO, TIKO*

submitted to The Hong Kong Institute of Education  
for the degree of Bachelor of Education (Honours) (Primary)

in May 2015



The Hong Kong  
Institute of Education Library

For private study or research only.  
Not for publication or further reproduction.

## Declaration

I, Lau Chin Ho Tiko , declare that this research report represents my own work under the supervision of Dr. Lau Chun Kwok, and that it has not been submitted previously for examination to any tertiary institution.

Lau Chin Ho Tiko  
26 May 2015



The Hong Kong  
Institute of Education Library

For private study or research only.  
Not for publication or further reproduction.

## 摘要

過去的研究指出學生常對圖形大小與周界長短有所混淆，同時學生也缺乏對圖形邊界線段移動的想像經驗，本研究嘗試利用變易學習理論設計教學，為學生打破「周界長短」與「圖形形狀大小」有必然關係的謬誤，也以變圖不變周為基礎引入平移法原理，嘗試幫助學生構解圖形想像思維，以解不規則圖形的周界問題。結果顯示學生從圖形變而周界不變的特徵中，能發現到圖形越小，周界不一定越短，消除了妨礙他們學習的直觀錯覺。另外，若學生能具體地觀察圖形線段平移過程，他們便能於腦海中親自操作線段平移，幫助他們掌握不規則圖形周界的計算方法，提算了他們的高階思維。綜觀而言，變易學習理論使學生對周界的學習內容看得更透徹，也讓學生的學習過程變得更有意識。

關鍵詞：圖形周界、變易學習理論、平移法



The Hong Kong  
Institute of Education Library

For private study or research only.  
Not for publication or further reproduction.

## 目錄

第一節-研究背景意義	P.1
第二節-文獻探討	P.2
第三節-研究方法	P.4
第四節-數據資料發現	P.12
第五節-引申討論	P.18
第六節-研究反思	P.20
第七節-總結	P.23
參考文獻	P.24
附錄	P.26



## 第一節-研究背景意義

周界在小學數學課程中屬「度量」範疇，即是與「長度」有關的數學概念，然而周界卻依附著圖形一同出現，經過學習不同的圖形周界後學生會對周界概念產生混淆，以為周界是與「圖形形狀」有關的數學概念，又因周界的定義是閉合圖形邊界長度總和，結果以為「周界長短」是與「圖形形狀」有必然關係。影響到後來不規則圖形周界以至面積的學習。

另外，學生習慣以「公式」計算規則圖形的周界，但對不規則圖形的周界沒有「公式」可依，唯有將圖形的邊長相加，結果對不規則圖形的周界問題束手無策。本研究嘗試利用變易學習理論設計教學，為學生打破「周界長短」與「圖形形狀」有必然關係的謬誤，也以變圖不變周為基礎引入平移法原理，嘗試幫助學生構解圖形想像思維，以解不規則圖形的周界問題。

再者，作為準教師，筆者亦關心怎樣的教學方法能為學生帶來更好的學習成效，以及甚麼方法能有效照顧課室差異，希望藉著實習期間進行的研究啟發並裝備自己，使得日後的教學工作更完善。

## 第二節-文獻探討

小學數學科的目標是要協助學生理解及掌握數、圖形、度量等的基本知識，使學生學習對事物觀察、分析、理解及作出判斷，並培養獨立思考及克服困難的精神等數學學習態度。其實踐是透過向學生提供不同的學習情境，透過適切的學與教活動和策略，讓他們發展及應用共通能力如創造力、溝通能力、批判性思考能力 等、建構新知識和加深對事物的理解（課程發展議會，2002年）。在課程發展的大方向下，不少學者都對學生學習進行研究，找出能針對學生難點的教學方法，其中一種就是變易學習理論。

變易學習理論是指利用學生對學習內容不同的理解去縮減他們在學習成效上的差別。這套理論建基於Marton and Booth(1997)的現象圖式學，著重學生有意識地學習。教師為學生營造學習前景與背景以突出學習內容(Object of Learning)，透過學生對「學習內容」的理解的變易、教師對「學習內容」的變易處理及教學策略的變易以幫助學生學習。

Marton. & Booth. (1997) 提出的變易學習理論主要結構有三個層次：

變易1 (V1)指出學生對學習內容的不同理解，找出與這學習內容及其關鍵特徵相關的「變易」

變易2 (V2)是指教師對教學內容的不同觀點和處理手法

變易3 (V3)則指利用「變易」作為教學設計原則

實際上學生的確會對同一學習內容有不同程度的理解，引致學習成果出現差異。要處理差異問題，在教學前有需要了解學生對內容的理解，便可準確地判斷學生在學習相同內容時遇到的問題，幫助他們掌握學習內容的關鍵特徵(critical features)（章月鳳，2013）。這樣學生會較有意識地學習，因為他們的學習過程正是解開自己對事物的錯覺和謬誤，從而吸收學習內容的重點。

在變易2的層次，教師按照對學生學習方法的見解而決定其教學策略。這是關於教師怎樣透過不同的小組探究、討論等活動，為學生創造學習的必要條件，從而達致讓學生自主學習（彭明輝等，2009；Marton & Pang，2006）。Lo(2008)亦指出唯有讓學生經歷關鍵特徵的變易，自行審辦學習內容，學生便會學到學習的方法。因此教師並不是在課堂中單向灌輸知識予學生，而是按照學生對教學內容的理解，引導學生自行從不同的變易歸納及掌握概念。

第三層是關於教師的教學設計及實踐，Marton和Booth認為當我們觀察到學生未能透徹理解學習內容時，教師應確認該學習內容中有那些關鍵特徵，加以正例子及反例子，用對比的方法引導學生聚焦於特徵上。另外由於人們較常會注意到

變動的事物，故利用不同的變易圖式（什麼特徵變，什麼特徵不變），可以幫助學生聚焦於特徵上面，所以經歷觀察「變易」是學習的必要過程。( Bowden & Marton, 1998; Marton & Booth, 1997 )

## 第三節-研究方法

### A. 研究對象

本研究以筆者進行實習的小學內一個小四班別(共25名學生)為研究對象。該班學生在所屬年級的學習水平屬中等水平，具有一定研究效度。

### B. 研究步驟

本研究由筆者負責進行，依照「變易學習理論」選取教學內容及研究其關鍵特徵。根據學生的已有知識設計教學及進行施教。所需進行的步驟列明如下：

- 1) 確認圖形周界的學習內容及其關鍵特徵
- 2) 設計前測及分析前測的結果
- 3) 設計教學計畫
- 4) 實踐教學
- 5) 進行後測
- 6) 檢討實踐的教學過程及成效
- 7) 分享成果、撰寫本報告

## C. 研究假設

- 1) 學生對圖形大小與周界長短有所混淆，以致未能透過圖形變易處理周界問題
- 2) 學生未有對圖形邊界線段移動的想像經驗
- 3) 若有未知長度的邊界線段，學生會以量度或估計來求取
- 4) 學生認為必須得知每條邊界長度才能計算周界

## D. 課堂實踐

- 1) 確立關鍵特徵 (CF)

是次研究的學習內容(OL)為不規則圖形的周界求算，關鍵特徵 (CF) 為：

「圖形形狀大小與周界長短沒有直接關係」(CF1)、

「圖形中未知邊界長度不能靠量度或估計而得」(CF2) 及

「計算閉合圖形的周界不一定要將每段邊界長度加起來，可利用平移法

找出部份組合線段的長度來計算周界」 (CF3) 。

## 2) 前後測設計

前後測卷均有 8 道題目，設計內容及針對的關鍵特徵表列如下：

題目	設計內容	針對關鍵特徵
1	數邊數找周界的問題	CF1
4、5 及 8	簡單的圖形邊角部分平移問題	CF1, CF3
2 和 3	“凸”字形圖形的周界計算	CF1, CF2
6	“凹”字形圖形的周界計算	CF2
7	“F”字母圖形的周界計算	CF2, CF3

圖表一：前後測設計

前後測設計力求一致，因此後測大部分題目與前測不同的只有數字。其中題 3 和 4 保持不變，因為這兩題的重點是要學生用投影的方法來找出未知的邊長，從前測可見學生未發展出這項技能，若學生經過教學循環後仍未掌握，即使數字一樣同樣會答錯，於是題 3 和 4 內所用的數字不變。同時其餘題目的數字變動是基於難度上的調整。

## 3) 教學目標

期望透過不同的變易教學過程，令學生能夠明白解除對圖形周界的直觀謬誤，增進圖形空間的想像思維，並認識平移法的原理，甚至應用於圖形周界的計算。

#### 4) 教學循環設計

每個教學循環皆針對不同關鍵特徵而設計，在開始研究課前，學生已能掌握周界是閉合圖形邊界的長度總和，對於正方形及長方形的周界運算亦算熟練，因此以下設計教節所涉及的不規則圖形皆引申自正方形及長方形的圖形變易而得。

學習循環 1(R1)	學習循環 2(R2)	學習循環 3(R3)
活動 1：螞蟻迷陣  顯示一個由正方格組成的長方形，情境是一隻螞蟻從左下端走到右上端去找同伴，與學生討論兩路線的長度孰長孰短  變：螞蟻走的路線  不變：螞蟻走的路程	活動 1：能否計周界  給定一些圖形及特定邊界長度，與學生討論能否計算其周界  變：刪去部分邊界長度  不變： 圖形形狀  變： 圖形形狀  不變： 圖形邊界長度	活動 1：周界大平移  呈現不規則圖形，斷裂的線段，再舉例邀請同學分享計算方法，最後介紹平移法以助求該些圖形的周界  變： 圖形周界位置  不變： 圖形周界長度

活動 2：路線變變變	活動 2：影子線段	活動 2：字母周界與 DIY
承接螞蟻迷陣，讓學生自行設計一個組成去程及回程的螞蟻路線，從而得出不同的圖形，再驗證各圖是否周界相同	呈現邊角凹入的正、長方形，將一邊斷裂的線段，投射到它們的對邊，以得知斷裂線段的總長	讓學生使用平移法計算字母 L、T、E 及 F。學生掌握後讓學生互相設計以正及長方形拼湊成圖形的周界問題
變：螞蟻路線形狀 不變： 螞蟻路線長度	變：斷裂邊界長度 不變：斷裂邊界的對邊長度	變：圖形周界位置 不變：圖形周界長度

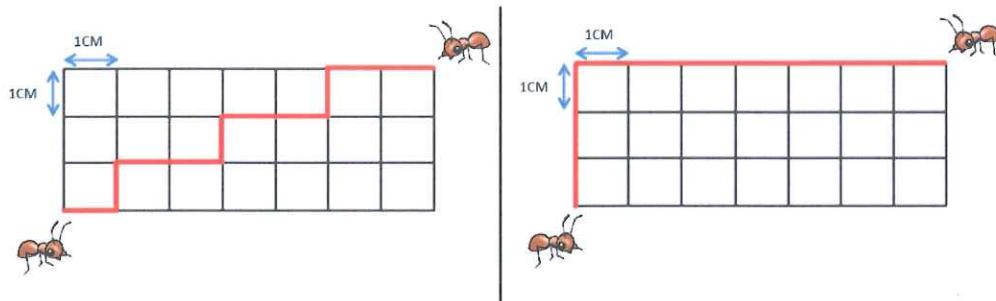
圖表二：教學流程

### 5) 不同教學循環的發現

R1：活動 1 是顯示一個由邊長 1 厘米正方格組成的長方形，情境是一隻螞蟻從左下端走到右上端去找同伴。學生皆以為螞蟻走的路線不同，所走的路程長短也會不同；而他們會認為較曲折的路線路程會較長，相反路線較直接的路程會較短。由此可見，學生的判斷線段長短受著其形狀影響，是為直觀上的錯覺。

然而當一同數路程長短(數格仔)時，大家也發現無論路線如何(如下圖)，路程也是一樣是 10 厘米。這個「變」的路線，「不變」的路程長度引起了熱烈的討論，學生都紛紛提出見解，一些較為有趣的如“螞蟻不會向後行”、“那隻螞蟻一次

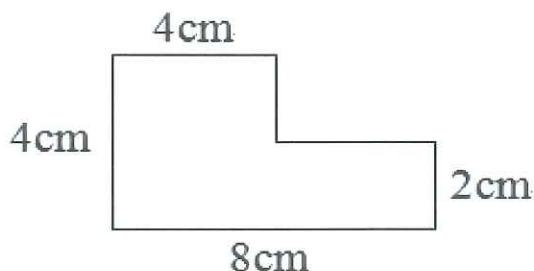
只能走 10 厘米” ，也有同學提出了關鍵 “螞蟻每行一格是 1cm，要去找另一隻蟻只有 10 格遠，所以一定是 10 厘米” 、“將螞蟻行的路移向最外邊，路線便會一樣，路程也會一樣”



圖表三：螞蟻路線

活動2則是讓同學設計來回的路線，螞蟻去時只能向上或向右行、回程時只能向下或向左行，而螞蟻到過的地方不能再行。這樣學生們構作了很多周界相同但形狀不一的不規則圖形，完成作品後同學都樂意分享自己的作品，其他同學也熱衷一同(數格仔)證實。經過本節，學生們都建立了「圖形的形狀與其周界長短並沒有必然關係」的概念，這為往後介紹平移法打下基礎。

R2：活動 1 是作為長方形周界的重溫，並為圖形周界作引入。若長方形給予全部邊長資料或刪去其中部分邊長，學生並沒有任何困難。若呈現邊角凹入的長方形，給予所有邊長學生仍然認為可以計算周界。但若刪去其中一條邊的邊長，不少學生便認為不能計算周界。反映學生認為計算圖形周界必須先知道所有邊長。



圖表四：學生認為此圖周界不能計算

至於在活動 2，學生本來認為斷裂的線段只能以估計求取長度，甚至有學生提出應以間尺量度，雖然小學學生所見的圖形要成比例，但這部分的教學焦點是學生對線段長度作停留於標準單位量度，並未發展高階的幾何想像思維。不過當觀看投射線段的動畫後，大多同學便認為不一定要知道所有邊長資料也可以計得周界。本節的投射線段其實是平移法的前置預備，所呈現的投射過程讓學生突破了搬移圖形線段的概念，而且也間接地證明及後平移出來的邊長度與對邊相同（若圖形平移後可得出長方形）。

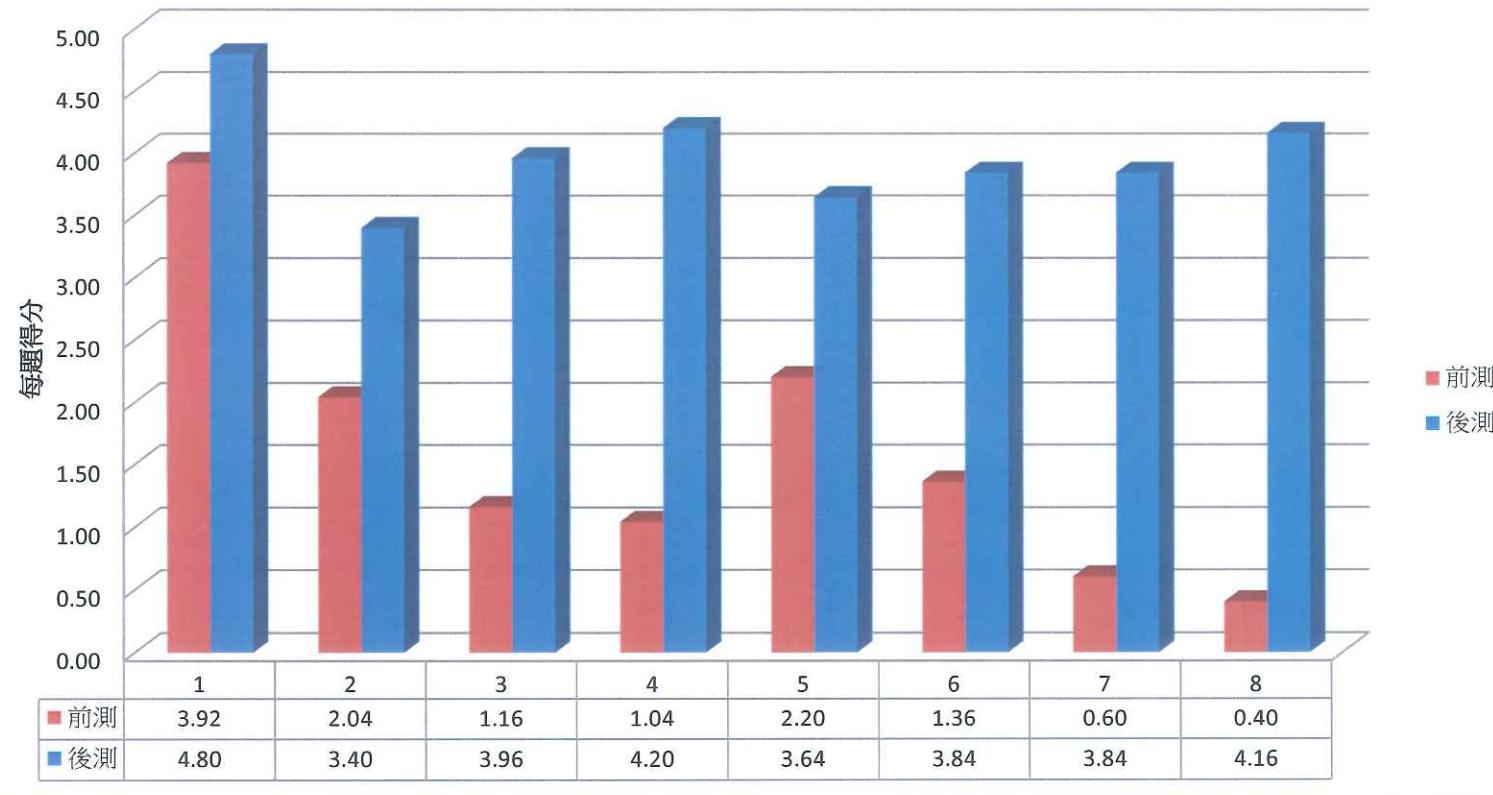
R3：活動 1是要介紹圖形線段的平移法給學生認識，其實過去兩教學循環的活動已令學生增加了對圖形想像的經驗，今次是要將想像的映像具體地呈現出來，使他們深化這個概念。對於圖形線段平移後，仍有一些學生疑惑認為圖形周界不同了，可見學生仍未對物件完全發展「守恒」概念。

學生觀看教學簡報所製作的動畫後，對平移法有初步的認識，活動 2的字母周界計算是要讓同學實踐出來。對於字母“L”、“T”等可以平移法變為長方形的圖，學生都表示“即使只給予兩條較長的鄰邊，便可以很快計到周界”，學生也很有信心地在黑板寫出其計算方法。

不過到了“U”、“F”等字母，學生雖然知道將線段平移後會出現長方形，但該個長方形內仍然有兩條線段不知如何處理，正因為平移後該兩條線“出現在圖形內”，不知道是否計算在周界內。稍作補充解釋後，學生明白線段平移後不是改變了所計算周界的圖形，只是利用已知的圖形簡化計算周界的過程。因此學生知道某些圖形平移後出現在圖形內的線段仍屬於周界的一部分。

活動 2讓學生自行設計圖形，促使學生更多利用平移法處理周界問題。活動中學生很熱衷參與，另外因為所設計的問題可以考考身邊的同學，所以他們毫不吝嗇地分享自己的製作，其中也不乏能刺激思維的圖形。

### 前後測平均分數比較(全班)



圖表五：前、後測分數複合棒形圖

## 第四節-數據資料發現

是次研究收集了學生的前後測分數(量性資料)和與學生的訪談內容(質性資料)。

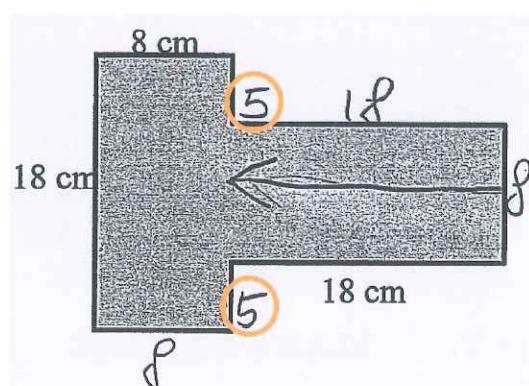
### A. 量性數據分析

#### 1) 整體後測成績均有進步

經過3個教學循環後，學生對以平移法來計算圖形周界有一定認識。從前、後測數據比較可見，全班平均分由12.72升至31.84，分數升幅達到150%。換言之，關鍵特徵的聚焦準確，而教學循環的設計也能幫助學生，研究取得一定的成果。

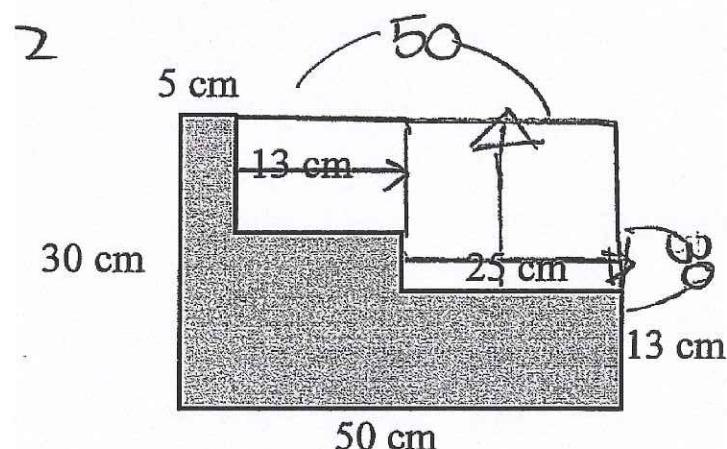
#### 2) 顯著進步的題目

題3的分數進步率有241%，而題4則有304%。學生本來不能辦別一些未知的邊長，在前測時都猜估決定邊長，甚至忽略了該些未知的邊，因此多數人在這兩題也得1分。不過，當經過教節後學生都懂得將一些斷裂邊投影以求得長度，大部分同學也獲得3分。



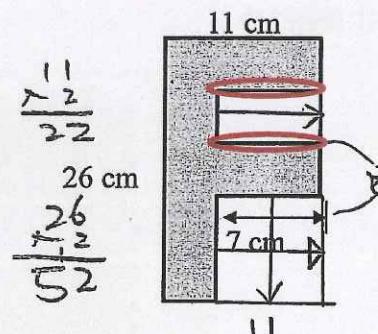
圖表六：投影邊線求未知邊(題3)

至於題7及題8的進步率則分別有540%及940%，由於兩題涉及的資料較多，題7更是不可能找出每一條邊的長度，前測時不少學生均顯得束手無策，幾乎全部人不能取得分數。教學循環後學生能夠以平移法推導出長方形，並輕易求得圖形的周界，所以幾近九成的同學在題8取得滿分。題7亦是教學循環中包含的例子，只是仍有部分學生混淆，以為平移後的長方形內線段不計周界，因此進步率不如題8般高。



圖表七：平移法求算周界(題8)

$$\begin{aligned}
 & 11 \times 2 + 26 \times 2 \\
 & = 22 + 52 \\
 & = 74 \text{ cm}
 \end{aligned}$$



圖表八：平移後學生忽略部分線段(題7)

### 3) 效果較不顯著的題目

無論從任何學生分類看，題1的答對率在前後測分別不大，因為學生懂得數算邊的數目，直接將一邊邊長與邊數相乘得出答案。雖然題1可以藉平移法解題，但無疑學生所採用的方法更為簡單直接，可見學生學習後不會盲目應用平移法，會認真思考問題的處理方法。

教學循環內包含的圖形，通常是像字母“L”似凹入的正、長方形，題2卻是個凸出的長方形，學生缺乏足夠例子去認識可平移的圖形。再者，這個像“凸”字的圖形由3個相同的長方形拼成，因它出現幾個貼近的未知邊，往往容易被學生忽略，所以題2男女生在後測通常得3分。

至於題5可能與圖形設計有關，部分學生從圖中看見一個完整的正方形，便以為是計算該正方形的周界。另外，與題2存在的問題一樣，未知邊相近而且長度相同，使人容易忽略，尤其是慣於逐條邊長相加的學生更易出錯，所以學生的後測分數大約是3分。

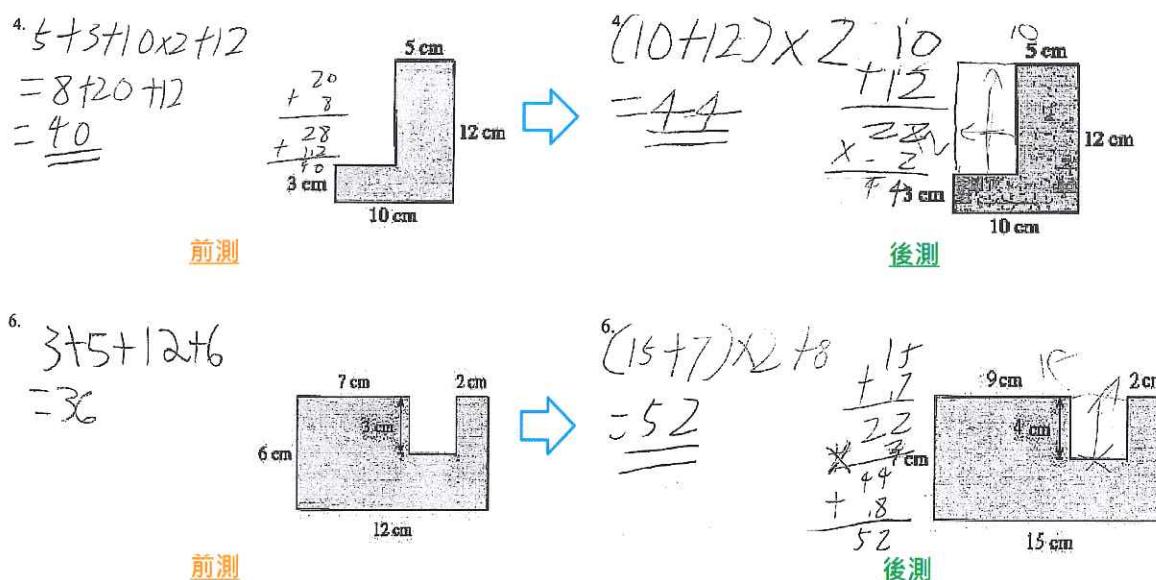
### 4) 男女差距較大的題目

男生在題4、6及7的平均分超過4.33，大部分男均會用平移法來簡化計算問題，

因此計算答案亦多準確，不少人能全得5分。至於女生則較少使用平移法，仍然將所有邊長連加起來計算周界，由於所加的邊長數不少，女生或有多加或加漏的情況，同時誤算的機會大增，以致兩者在上述題目出現差距。

### 5) SEN學生的成果

研究班別內的SEN學生均是女生，值得鼓舞的是幾位SEN學生的後測分數亦有大幅提升。其實在開始實驗前曾想過忽略該幾位學生的數據以免擾亂研究結果，但是既然該間學校是推行共融教育的，所有學生都是一同進行教學循環的學習，這反而更為變易學習理論對提升學生學習效能提供測試機會，促使了筆者堅持將SEN學生納入為研究對象。幾位SEN學生的平均分由7.67上升至21.33，分數升幅達到178%，這更進一步顯示變易理論應用在教學上的成效。



圖表九：SEN的前後測表現

## B. 學生觀感(訪談內容)

經過幾節教學循環，受訪學生指出自己對周界的掌握程度有所加深，認為自己最進步的地方是“不再需要知道每條邊的長度，也不需要將所有邊長相加來求算周界”。另外對於，學生認為自己已能想像線段的平移，“但需要記下移動的線及移到之處，若圖形的邊多要小心去移，否則會混亂”。換言之，經過教學後學生對圖形的想像能力有所提升。對比之前被前測題目難倒時，他們認為現在能夠自己解題，也感到一份成功感。

## 第五節-引申討論

### A. 電子顯示 V.S. 實物操作

近來小學紛紛推行電子化學習，數學科嘗試引入電子教具進行教學活動。因此一些幾何課題如本報告的周界平移，會將平移過程透過電腦操作顯示於螢幕上。不得不反思是，單從螢幕看平移過程真能讓學生構建到抽象思維嗎？小學四年級的學生正處於具體運思期(Concrete Operational)與形式運思期(Formal Operational)轉換的發展階段（Piaget, 1977），學生漸漸開始有抽象思维能力，但有少部分學生仍未開始發展，於教學設計上實在要考慮學生的發展需要。

因此從抽象思维的教學上實在需要遵從「具體到抽象」的原則（張治國及王茹玉，2015），因為不從具體的經驗及現象出發，學生根本難以想像。若先安排手作活動如搬火柴，使學生透過手動操作，以了解平移的具體意義，隨後再進行半具體的學習過程，如看線段投影的動畫，這安排更能照顧學生的情智發展。本報告並不否定電子教學的優點，而是要指出教學設計需要做到電子與實物操作上取得平衡，以讓學生獲得最大的效率。

### B. 男生的數學能力是否較女生佳？

過往不少學術研究或心理學論文指出男女的數學能力差異在於先天結構不同（Benbow and Stanley, 1983；劉蘊坤等，2012），但其實這個差異的原因眾多，

其中一點是學習者對所學科目的興趣，研究對象之中男生的測試分數普遍高於女生，但亦有部分女生表現比男生優異，在課堂上亦敢於解答問題，從該些女生的課堂表現也可見她們對所學內容感到吸引，所以實在不能斷言男生的數學能力比女生好。只要學生對學習課題感興趣，有了內在的學習動機(*Intrinsic motivation*) (Lepper, 1989; Renninger, 2000)，無論男女總會有成效，因此教師應更關注如何驅動學生的學習興趣。

### C. 提升女生學習數學的信心及動機

在實習期間，筆者留意到部分女生對學習數學缺乏信心與動力。訪談中亦有女生指希望自己的數學成績進步些許，但總是感到數學具有無法克服的困難。PISA報告指出女生的數學自我觀及自我效能感均低於男生，學習數學焦慮感則高於男生，學習數學的內在動機亦低於男生 (OECD, 2014)。因此在教學過程中不能忽略對女生的課堂參與給予正面鼓勵 (黃德華等, 2009)，同時也要讓女生感受到掌握數學概念的成功感，使她們不再懼怕數學。

## 第六節-研究反思

### A. 研究所受限制

原本研究設計是以兩班四年級學生為實驗對象，使研究有「實驗組」及「控制組」，期望能從對照實驗帶出研究效果。然而筆者被派往的實習學校只能編排一班四年級，因為該級的數學科是同一時間上課的。同時，另一班的數學老師亦希望減少學生的測考負擔，只允許幾位同學參與前測及後測，但樣本數量細小未必能代表全班，故本研究並未有引入該些數據作比較分析。

### B. 前後測卷的改善

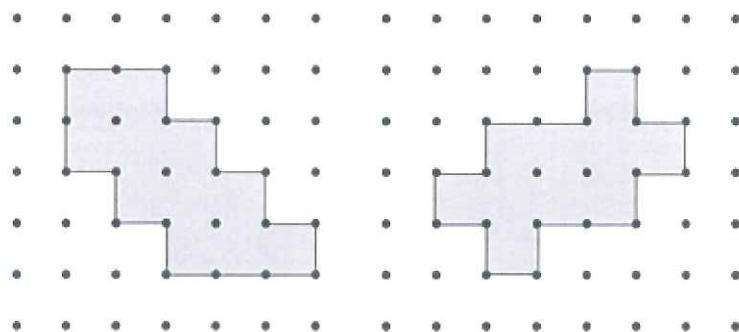
#### 1) 測卷的長度

前測及後測卷的設計仍有改善的空間，因學生有不同的能力，處理同一數學問題的速度可以存在差異，而處理多條問題則時間便更加不同，這足以構成分數上的差異，以致未能完全反映個別學生的學習成效。

首先是題目數量方面，前後測均有 8 道題目，而每道題目學生處理的邊長數據最少 4 個，最多更有 9 個，單要完成該些題目已經很費神，而且要學生突然在一限定時間內完成難免感到吃力，這會減弱學生的解題意欲，幸好學生們相當合作否則前、後測試也不能完成。因此測卷設計的改善上，首先是題目的數量可以減少，要探究 3 個關鍵特徵題目需要 5-6 題即可。

## 2) 測卷的答題形式

另一方面是答題的形式，因為這份測卷只要求學生計算出圖形周界，正如前述計算需時亦有誤算風險。對於CF2，要知道學生是否仍然以猜估求取某些邊長，可以乾脆不要求學生計算整個周界，反而只計算部分邊長，例如後測卷的題3及4可只要求學生解圖中未知的邊長為何。除此之外，針對CF1則可設計一些比較長短的問題，如下圖可問學生兩由圖的周界是否等長，並讓學生略作解釋。



圖表十：測卷題重設建議

## 3) 題目設計不夠明確

每條題目沒有用文字提問，因此學生起初並不清楚要計算周界，引致學生在作答時產生混亂。同時題目沒有完善地交待圖形資料，若題3補充“右圖是一由兩個長18cm闊8cm的長方形拼成”，可避免學生對該圖最右方的邊長所感到的困惑，也可以避免他們對該條邊的猜測。至於題5亦應提示學生是計陰影部分圖形的周界。

#### 4) 教學編排的再設計

##### a. 教學循環 R2 的實作活動

按照從具體到抽象原則，在引入線段的投射及平移前要先安排實物手作活動，因此教學循環 R2 應多設計搬火柴環節。例如用以 12 枝火柴拼出像“十”字的圖形，讓學生記下它的周界長 16 枝火柴，再問學生怎樣移動火柴使得該圖形變成正方形，再讓學生數數該正方形的周界。這可讓學生親身體驗圖形線段平移的過程，從中也能歸納出“線段移動並不改變周界長短”及“圖形形狀改變但周界保持不變”等，接著才進行半具體的學習過程，看線段投影的動畫。

##### b. 教學循環 R3 活動 2

其實教學設計上有一個細節未仔細處理，就平移法處理圖形同界有兩種結果：

- 一) 圖形可移成完整的正或長方形；
- 二) 平移後的圖形包圍完整的正或長方形及其他線段。

在介紹平移法後應該多設一個教學活動讓學生觀察及歸納平移圖形的共通點。如字母“L”及中文“十”字均可是將正或長方形的邊角削去而得，但字母“E”及中文“凹”字都是圖形中間部分凹入去，前者平移後可得完整的正或長方形，而後者則是正或長方形及若干線段。

由於研究過程中的教學編排上不夠細緻，這一定程度上影響了學生的學習成效。對筆者來說，這些失誤算是一個重要提醒，使自己能反思怎樣改善教學安排。期望日後從嘗試中繼續累計經驗，令每個教學細節更完善。

## 第七節-總結

總結而言，本研究透過變易學習理論刺激學生的學習取得一定成效，除了幫助學生破除直觀的謬誤，也增進他們的圖形想像力。今次的研究過程也讓自己更完備地體驗教學過程，從構思、設計、找尋學習難點、測試學生及訪談，以至教學過程及其後的反思，這一環扣一環的工作有著深遠的意義，背後是為著學生的福祉、他們學習的成效及發揮的機會。同時也讓自己認識教學是個互動的過程，其中既要鼓動學生，獎勵學生投入參與，也要因應學生情況給予回饋以幫助他們跟進。期望往後能不斷完善教學技巧，讓所教學生得著最大益處。

## 參考文獻

### 英文文獻

Piaget, J. (1977). *The development of thought: Equilibration of cognitive structures.*(Trans A. Rosin). Viking.

Benbow, C. P., & Stanley, J. C. (1983). Sex differences in mathematical reasoning ability: More facts. *Science* , 222(4627), 1029-1030.

Lepper, M. R., & Hodell, M. (1989). Intrinsic motivation in the classroom.*Research on motivation in education*, 3, 73-105.

Renninger, K. (2000). Individual interest and its implications for understanding intrinsic motivation.

Marton ,F. & Booth ,S. (1997) *Learning and Awareness*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Bowden ,J. & Marton ,F. (1998) *The university of learning*. London: Kogan Page.

Marton, F., & Pang, M. F. (2006). On some necessary conditions of learning. *The Journal of the Learning sciences*, 15(2), 193-220.

Ling Lo, M. (2012). *Variation theory and the improvement of teaching and learning*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

OECD (2014). *PISA 2012 technical report*. Paris: Author.

## 中文文獻

課程發展議會(2002)：《數學教育——學習領域課程指引》，香港：政府印務局

彭明輝、馬飛龍 (2009)：變易理論：學生自主學習和教師幫助之間的關係，《教育學報》，第 5 卷，第 3 期，頁 22-35。

黃德華、羅家健 (2009)：數學學習障礙與數學輔導教學，《台灣數學教師電子期刊》18，頁 3-17。

劉蘊坤、陶沙 (2012)：數學成就的性別差異，《心理科學進展》，12，011。

章月鳳 (2013)：找出關鍵特徵，是成功教學的關鍵，輯於高寶玉、盧敏玲和陳敏斯編《優質觀課的理論與實踐 II》，(頁 98-99)，香港，香港教育學院課堂學習研究中心。

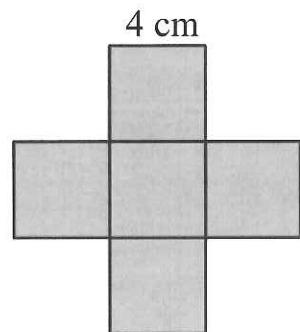
張治國、王茹玉 (2015)：論循序漸進的教學原則，《新西部：中旬理論》，第 1 期，123 頁。

附件(一)-前測題目及評分準則

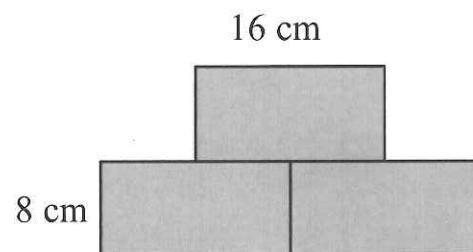
姓名：\_\_\_\_\_ ( ) 班別：\_\_\_\_\_ 日期：\_\_\_\_\_

試計算以下圖形的周界

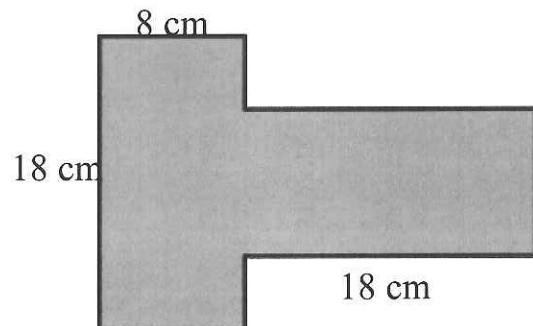
1.



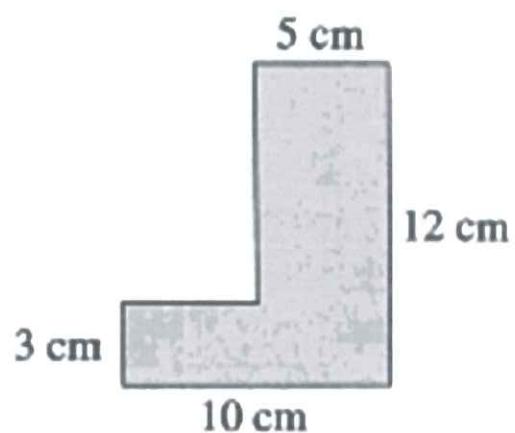
2.



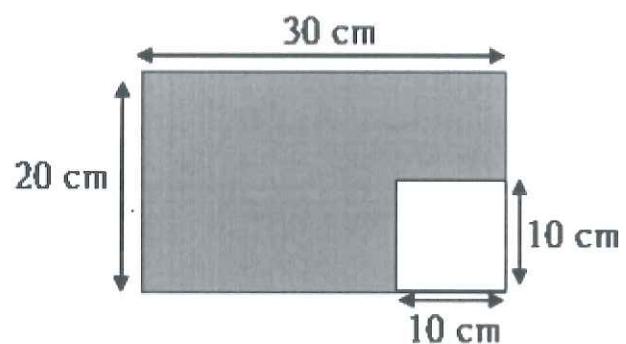
3.



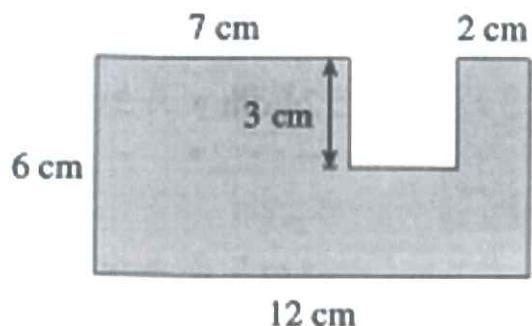
4.



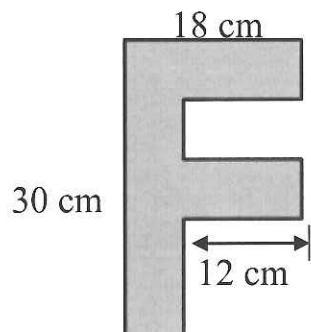
5.



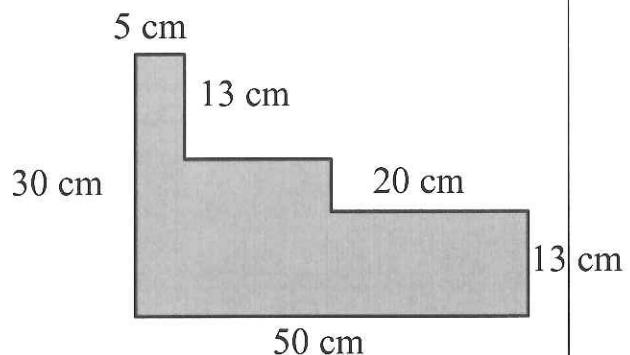
6.



7.



8.



#### 前測評分準則

每題 5 分，全卷總分 40 分，評數細項如下：

評分項目	給分準則	分數
周界辨認	周界辨認大致準確，可得 1 分 若嚴重忽略或誤辨邊界長度，得 0 分	1 分
計算方法	列式簡潔易明而正確，得 3 分 列式正確但方法累贅(如將不同邊界長度連加)，得 2 分 列式不正確但方法合理，可得 1 分 列式含混而完全不正確，得 0 分	0-3 分
運算準確	運算答案正確，可得 1 分 運算答案不正確，則得 0 分	1 分

變易學習理論在小學數學不規則圖形周界教學的實踐：附錄



The Hong Kong  
Institute of Education Library

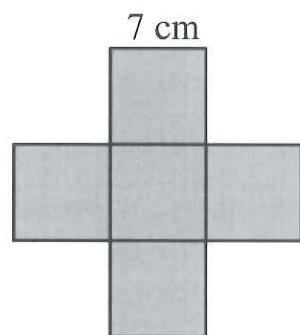
For private study or research only.  
Not for publication or further reproduction.

附件(二)-後測題目及評分準則

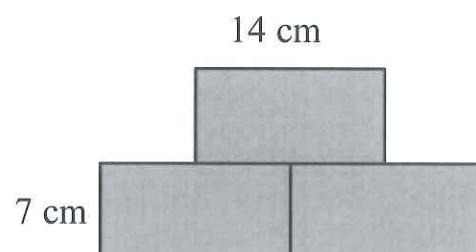
姓名：\_\_\_\_\_ ( ) 班別：\_\_\_\_\_ 日期：\_\_\_\_\_

試計算以下圖形的周界

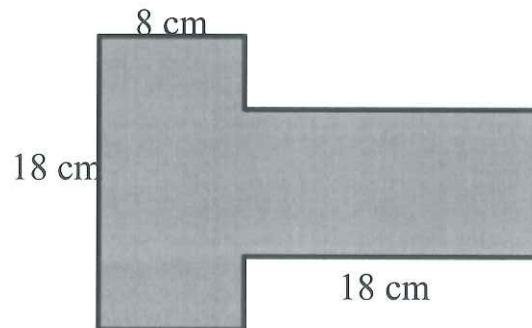
1.



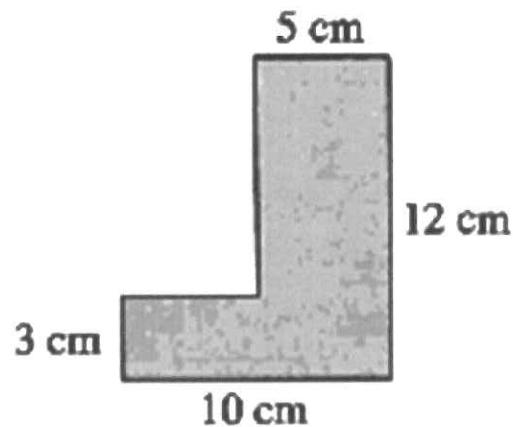
2.



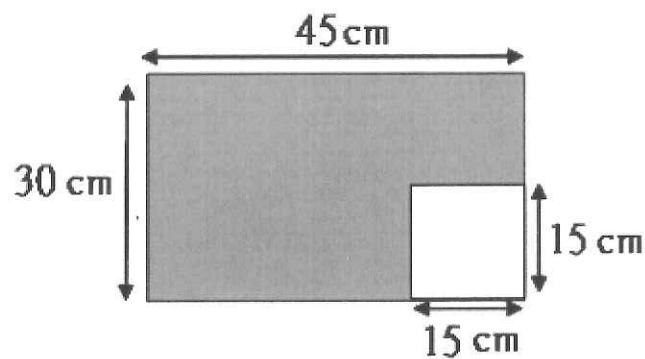
3.



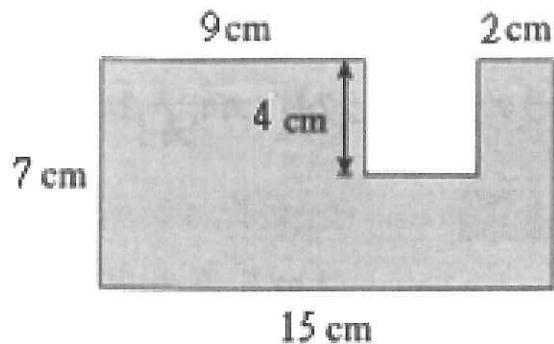
4.



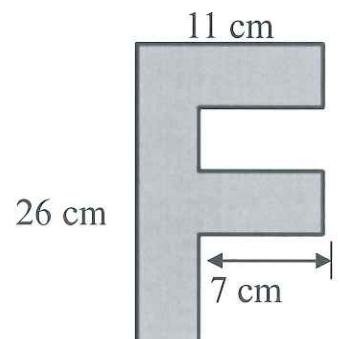
5.



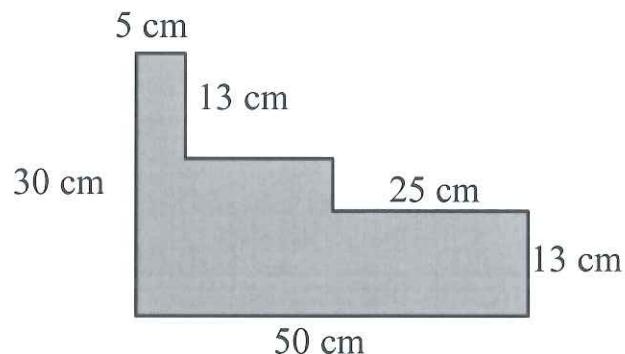
6.



7.



8.



#### 後測評分準則

每題 5 分，全卷總分 40 分，評數細項如下：

評分項目	給分準則	分數
周界辨認	周界辨認大致準確，可得 1 分 若嚴重忽略或誤辨邊界長度，得 0 分	1 分
計算方法	列式簡潔易明而正確，得 3 分 列式正確但方法累贅(如將不同邊界長度連加)，得 2 分 列式不正確但方法合理，可得 1 分 列式含混而完全不正確，得 0 分	0-3 分
運算準確	運算答案正確，可得 1 分 運算答案不正確，則得 0 分	1 分



附件(三)-前測數據

	題 1	題 2	題 3	題 4	題 5	題 6	題 7	題 8	總分(滿分 40 分)
平均分數(全班)	3.92	2.04	1.16	1.04	2.20	1.36	0.60	0.40	12.72
標準差(全班)	1.44	1.37	0.69	1.31	1.87	1.47	0.76	0.50	5.07
平均分數(男生)	4.00	2.50	1.25	1.08	2.25	1.17	0.67	0.42	13.33
標準差(男生)	1.35	1.24	0.75	1.38	1.82	1.11	0.89	0.51	4.16
平均分數(女生)	3.85	1.62	1.08	1.00	2.15	1.54	0.54	0.38	12.15
標準差(女生)	1.57	1.39	0.64	1.29	1.99	1.76	0.66	0.51	5.90

附件(四)-後測數據

	題 1	題 2	題 3	題 4	題 5	題 6	題 7	題 8	總分(滿分 40 分)
平均分數(全班)	4.80	3.40	3.96	4.20	3.64	3.84	3.84	4.16	31.84
標準差(全班)	0.71	1.15	1.34	1.58	1.87	1.28	1.52	1.60	9.12
平均分數(男生)	5.00	3.50	4.33	4.67	3.92	4.33	4.33	4.42	34.50
標準差(男生)	0.00	1.00	0.89	1.15	1.78	1.23	1.23	1.24	6.52
平均分數(女生)	4.62	3.31	3.62	3.77	3.38	3.38	3.38	3.92	29.38
標準差(女生)	0.96	1.32	1.61	1.83	1.98	1.19	1.66	1.89	10.67

變易學習理論在小學數學不規則圖形周界教學的實踐：附錄

附件(五)-前、後測數據比較

	題 1	題 2	題 3	題 4	題 5	題 6	題 7	題 8	總分(滿分 40 分)
前測 平均分數(全班)	3.92	2.04	1.16	1.04	2.20	1.36	0.60	0.40	12.72
後測 平均分數(全班)	4.80	3.40	3.96	4.20	3.64	3.84	3.84	4.16	31.84
平均分數 增加率(全班)	22%	67%	241%	304%	65%	182%	540%	940%	150%

變易學習理論在小學數學不規則圖形周界教學的實踐：附錄

附件(六) -SEN 前、後測數據比較

	題 1	題 2	題 3	題 4	題 5	題 6	題 7	題 8	總分(滿分 40 分)
前測 平均分數	4.00	0.67	0.67	0.33	0.67	0.67	0.67	0.00	7.67
後測 平均分數	4.00	2.33	2.33	2.33	2.67	3.00	2.67	2.00	21.33
平均分數 增加率	0%	250%	250%	600%	300%	350%	300%	N/A	178%

變易學習理論在小學數學不規則圖形周界教學的實踐：附錄