

香港教育學院全日制教育(榮譽)學士課程



# 探討數學學習困難生學 習基本乘法之學習進程 及困難

---

指導教授：馮振業 博士

學生姓名：何松容

學生編號：

遞交日期：20 – 5 – 2016

## Declaration

I, Ho Chung Yung , declare that this research report represents my own work under the supervision of Assistant Professor, Dr. Fung Chun Ip, and that it has not been submitted previously for examination to any tertiary institution.

Signed \_\_\_\_\_

Ho Chung Yung

20<sup>th</sup> May, 2016

## 目錄

### 第壹章 緒論

第一節、研究背景	5
第二節、研究目的	5
第三節、研究問題	6
第四節、名詞釋義	6

### 第貳章 文獻探討

第一節、「數學學習困難」的定義	10
第二節、「數學學習困難」的成因	11
第三節、基本乘法的課程內容	13
第四節、相關研究	17

### 第參章 研究方法

第一節、研究對象	19
第二節、研究流程	19
第三節、研究工具	21
第四節、數據蒐集及分析	23

### 第肆章 研究結果與分析

第一節、本研究之教學設計	25
第二節、兩班學生的學習進程	30
第三節、兩班學生的學習困難	34

### 第伍章 結論及建議

第一節、結論	43
第二節、建議	44

### 第陸章 參考資料

### 第柒章 附錄

附件一、時間表	50
附件二、課堂觀察記錄表	51

附件三、 「乘法概念」評定量表.....	52
附件四、 「根據乘式畫圖」評定量表.....	53
附件五、 「基礎乘法應用題」評定量表.....	54
附件六、 「進階乘法應用題」評定量表.....	55

## 第壹章 緒論

本章共分為四節，第一節介紹本研究的背景，第二節陳述本研究之目的，第三節說明研究問題，第四節針對本研究所牽涉之名詞進行釋義。

### 第一節、研究背景

在香港，有不少學生在數學學習上存在不同程度的學習困難。他們有的因為教學設計上出現漏洞，而跟不上老師的教學進度；有的則由於其有特殊學習障礙，使其在數學學習上的表現稍遜。不論是基於哪個因素，它們皆令有「數學學習困難」的學生在學習數學時較一般學生難理解及吸收老師的授課內容。若老師不設法補救，長久下去，他們會對數學學習產生挫敗感，甚至打擊其的自信心，令其失去學習動機和興趣。儘管政府在 2003/04 學年已推行了「新資助模式」計劃，按照每所學校特殊教育需要的學生數目和個別學生問題的嚴重性，為學校提供津貼，然而，由於課時緊迫的關係，香港大部份的學校未能為這群學生提供適切的支援，他們的需要有意無意地被人忽略。

### 第二節、研究目的

鑑於教學設計上的漏洞嚴重影響「數學學習困難」生的學習，為了幫助他們學習數學，可透過調整教學設計去減少這些漏洞的出現，及設法彌補已出現的教學漏洞。研究者以小學二年級的基本乘法為題材，透過觀察抽離班和融合班的學生上課的情況和進行訪談，蒐集數據並進行分析及研究，探討抽離班和融合班的學生的學習進程和他們在學習的過程中分別遇上甚麼困難。另外，由於大部份的

學校沒有足夠的資源開設抽離班，程度嚴重的「數學學習困難」生只可繼續在融合班中學習，故研究者希望通過這次研究的數據分析在調整教學的情況下，這些程度嚴重的「數學學習困難」生能否從抽離班回到融合班學習。

### 第三節、研究問題

基於上述之研究目的，本研究著重探討：

1. 抽離班和融合班的學生於乘法這課題的學習進程有何不同？
2. 抽離班和融合班的學生於乘法這課題的學習困難有何異同之處？
3. 在調整教學的情況下，抽離班的學生能否回到融合班學習？

### 第四節、名詞釋義

#### 一、抽離班

抽離班的學生為本研究的研究對象之一。經過任教老師觀察學生的課堂學習表現及數學學習成就後，抽出 10 位數學學習成就低及無法跟上融合班數學進度的學生組成抽離班。由於他們都是具有特殊學習障礙的學生，研究者將他們定義為程度嚴重的「數學學習困難」生。抽離班會削掉不超過 30% 的數學課程內容，和跨課題、跨年級的課程內容重組，以切合程度嚴重的「數學學習困難」生的需要，增加教學效率。

## 二、融合班

融合班的學生亦是本研究的研究對象。融合班由一般學生和少數「數學學習困難」生組成。有別於抽離班的「數學學習困難」生，融合班中的「數學學習困難」生雖然數學成就較同齡學生低或具有特殊學習障礙，但他們能勉強跟上融合班的數學進度。研究者將他們定義為程度較輕的「數學學習困難」生。

## 三、學習成就

余民寧（2006）提出學習成就為學生在學校中的學習成績，如作業、測驗、考試等的成績。

## 四、學習進程

學習進程是指學生在學習某種概念時，對該概念的理解和應用能力一步一步趨向精確化的過程（Wilson & Bertenthal, 2006）。Battista（2011）將學習進程比喻為一座山，學生在學習過程中就如同攀山一樣，不斷向上爬，在過程中獲得知識概念，並憑著越來越熟練的概念及技巧，使攀爬的程序更為順利，逐漸加快攀爬的速度。

研究者整理以上學者對學習進程的詮釋，將本研究的學習進程定義為學生從未接觸某概念（基本乘法）至初學習該概念，再到其逐漸理解該概念（乘法概念）至完全掌握及理解該概念（能編寫 0-10 的乘法表、可進行 0-10 的基

本乘法運算並解答 0-10 的簡易應用題)的過程。學生在經歷理解及掌握該概念的過程中，逐漸發展。

## 五、特殊學習障礙

根據教育署心理輔導服務組(2000),特殊學習障礙指一些學習異常的表現,其中包括聆聽、閱讀、說話及寫作方面的障礙。而香港特殊學習障礙協會(HKASLD)則指出患有「特殊學習障礙」的學童分為五種。

### 1. 閱讀障礙

學生於掌握文字的聲音、外形和意義之間的聯系出現困難。儘管他們花了很多時間溫習一個字,但轉眼間便會忘記,故認字、默字、串字都成為他們的大問題。此外,他們在認字方面也出現困難,令其無法理解題目。

### 2. 特殊語言障礙

學生的句子組織能力較弱,未能用言語表達自己的想法。當複述事情時,他們會顯得混亂,令對方難以明白。

### 3. 發展性協調障礙

學生的大小肌肉不協調,令他們寫字吃力,較難控制所寫的字體的大小。另外,他們經常因平衡感較差而導致受傷。

### 4. 特殊數學運算障礙

學生於數學運算和推理方面的能力較弱,經常將加減乘除的符號弄錯。

### 5. 視覺空間感知障礙

學生對於任何空間的辨識有困難,未能辨認形狀相似的字,例如:日和

目、春和看、土和士。在筆劃方面也經常出錯，常有加多或減少筆劃的情況。

教育局推行了「及早識別和輔導有學習困難的小一學生計劃」，老師需在一年級上學期尾為小一學生填寫《小一學生之學習情況量表》，評估他們的學習需要，若校方發現學生有特殊學習障礙，會轉介他們進行特殊學習障礙深入評估。評估報告結果會轉交學生就讀的學校。

## 第貳章 文獻探討

本章針對本研究所牽涉之文獻進行探討，為「數學學習困難」作出定義、分析「數學學習困難」的成因及基本乘法的課程內容，並針對「數學學習困難」和基本乘法課程內容的相關文獻進行回顧與整理。

### 第一節、「數學學習困難」的定義

甚麼是「數學學習困難」？有不少學者皆為「數學學習困難」一詞作出不同的定義。從 Kirby 和 Becker (1988) 的角度而言，「數學學習困難」是指學生在數學學習方面的成就較同齡的學生遜色，他們有的運算速度太慢，有的正確運算率太低。學習成績的不理想令學生對數學的學習動機低，甚至有焦慮的情緒，若不盡快作出補救，日子久了，會演變成一種學習障礙 (Lerner, 2003)。而 Adelman 和 Taylor (1993) 則認為「數學學習困難」泛指一些因外在或內在因素影響而引致學習數學時出現的困難。外在因素包括教學時所用的語言是否為學生的母語、學生的家庭背景，如家長的教育程度、學生有沒有上補習班等；而內在的因素為學生先天性的學習障礙。

綜合各學者所言，研究者將本研究的「數學學習困難」生定義為數學學習成就低的學生。不論學生是特殊學習障礙生或只是一般學生，只要他們在數學學習方面出現困難以致他們的數學成就較同齡的學生遜色，他們就會被定義為「數學學習困難」生。

## 第二節、「數學學習困難」的成因

Cawley (1984) 主張一般學生會出現「數學學習困難」的成因如下：

1. 學生在未理解已學知識的前題下學習新的概念，令其無法了解新概念。
2. 雖然學生在計算過程中存在常犯的錯誤，但因老師較為着重學生能否取得正確答案而忽略了計算過程，令學生無法得悉犯錯的地方，養成了錯誤計算的習慣。
3. 學生以錯誤的角度思考題目，對題目的理解力不足，以致不能選用適當的運算方法。

Cawley (1984) 主張的剛好反映香港「數學學習困難」生的情況。由於香港的課堂課時間緊迫，學校大多着重教導學生如何運用數學概念，並根據情況應用於適當的情境中，而非讓學生親自經歷數學產物由無到有，由粗疏到精密的演變過程，導致教學斷層的出現（馮振業和汪滌塵，2015）。以「告知與練習」的教學模式為主的課堂令學生往往只是背誦公式，在不理解數學概念的前提下運用數學。然而，在數學的課程編排上，各個年級的課程是緊密相連的，如學習乘法前需要有加法的概念、三年級所學的乘法是二年級所學的基本乘法的延伸，故日子久了，在這教學模式下不能自行理解已學概念的學生漸漸顯得吃力，未能透徹理解所學的數學概念，令他們難以將所學知識應用於不同的情境中，解答有關新學概念的問題時也經常出現錯誤，以致其在數學學習上的表現較其他同齡的學生遜色。

朱經明和蔡玉瑟（2000）指出特殊學習障礙生出現「數學學習困難」的成因主要分為三項。

### 一、語文能力缺陷

學生對於理解和分辨數學符號有困難，例如不大明白「+」和「x」的分別。

此外，由於他們認識的字較少，令其難以理解文字題。

### 二、注意力缺陷

學生不太能正確抄寫數字或符號，例如他們會混淆「6」和「9」，或把「23」

寫成「32」等。

### 三、數學能力缺陷

由於列序能力較弱，學生容易忘記運算程序，例如忘記先乘除後加減等。另

外，他們的空間感弱，計算時會出現對錯位值、弄錯橫直式或寫錯答案的情

況。

這類「數學學習困難」生在學習數學時遇到的挫折更為嚴重，因為他們除了有上述提及的教學斷層問題外，在學習方面還存在着先天性的困難。正如 Bley and Thornton（2001）所言，他們的長期記憶比起一般學生弱，所以較難從長期記憶中提取算術知識，如乘法表。另外，由於他們的工作記憶較弱，在提取記憶內容時，他們會情不自禁地受到其他無關痛癢的信息干擾，以致無法提取所需的內容，就算已經計算到正確答案，但寫在紙上卻可能變成另一個數，令他們就算理解該數學概念並選用正確的運算方法，或計算過程準確無誤，也不能取得正確答案，故他們的數學成就較低。

## 第三節、基本乘法的課程內容

### 一、基本乘法的學習重點

本研究的基本乘法學習重點，是指課程發展議會（2000）所編定的《數學課程指引（小一至小六）》中的 2N3 部份。詳細的學習重點如下：

1. 學生認識乘法的基本概念，例如明白  $3+3+3+3+3$  等於 5 個 3，用乘式表示是  $3 \times 5$ 。
2. 學生能編寫 0-10 的乘法表。
3. 學生可進行 0-10 的基本乘法運算。
4. 學生通過實例發現乘法交換性質，例如： $3 \times 5 = 5 \times 3$
5. 學生能解答 0-10 的簡易應用題。

### 二、教科書內容

本研究對象使用新亞洲出版社所出版的數學教科書。研究者根據該教科書的內容，將基本乘法這單元的教學重點作整理，以了解學生應從教材上學到甚麼知識，並以表格形式表示，詳細資料請看下圖。

課題	學習重點
第 13 課 數數活動	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 通過數數活動，認識乘法的基本概念</li> <li>2. 能以乘式表示物件的數量</li> </ol>
第 14 課 倍和乘	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 認識同數連加和倍的關係</li> <li>2. 認識倍和乘的關係</li> <li>3. 列寫乘法算式（橫式）</li> </ol>

第 15 課 2 乘法	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 進行 2 的基本乘法運算</li> <li>2. 編寫 2 的乘法表</li> <li>3. 解答有關乘法的應用題</li> </ol>
第 16 課 5 和 10 的乘法	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 進行 5 和 10 的基本乘法運算</li> <li>2. 編寫 5 和 10 的乘法表</li> <li>3. 解答有關乘法的應用題</li> </ol>
第 17 課 3 和 4 的乘法	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 進行 3 和 4 的基本乘法運算</li> <li>2. 編寫 3 和 4 的乘法表</li> <li>3. 解答有關乘法的應用題</li> </ol>
第 18 課 有趣的乘法	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 通過實例認識乘法的性質</li> </ol>
第 21 課 6 和 9 的乘法	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 進行 6 和 9 的基本乘法運算</li> <li>2. 編寫 6 和 9 的乘法表</li> <li>3. 解答有關乘法的應用題</li> </ol>
第 22 課 7 和 8 的乘法	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 進行 7 和 8 的基本乘法運算</li> <li>2. 編寫 7 和 8 的乘法表</li> <li>3. 解答有關乘法的應用題</li> </ol>
第 23 課 1 和 0 的乘法	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 進行 1 和 0 的基本乘法運算</li> <li>2. 認識 1 和 0 的乘法結果的性質</li> <li>3. 編寫 1 和 0 的乘法表</li> <li>4. 解答有關乘法的應用題</li> </ol>

這教科書以  $2 \rightarrow 5 \rightarrow 10 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 1 \rightarrow 0$  的順序引入不同的乘法。先教授學生 2、5 和 10 的乘法是因為他們在一年級時已學過 2 個、5 個和 10 個一數，這前備知識可加強他們對數數活動及連加概念的認識，讓他們較容易地將已有知識遷移至乘法。而 3、4、6 和 9 的乘法則在 2、5 和 10 的乘法後引入。7 和 8 的乘法相對難一些，所以引入的序列較後。最後再引入 1 和 0 的乘法。雖然 1 和 0 的乘法不利用乘法口訣也能輕易得出答案，但 0 的概念比較抽象，小學生較難理解為何 0 和任何數相乘都是等於 0。

### 三、學生於乘法學習時遇到的問題

根據新亞洲出版社所出版的數學教科書教師版，一般學生在學習乘法時會遇到以下問題。

#### 1. 未能理解被乘數和乘數的概念

例子： $3 \times 6 = 6+6+6$

學生誤寫成： $3+3+3+3+3+3$

雖然「 $6+6+6$ 」和「 $3+3+3+3+3+3$ 」的答案一樣，都是 18，但它們在概念和意義上完全不同。

#### 2. 處理應用題時直接將數字相乘

例子：媽媽有 3 束花，每束花有 5 朵，媽媽有花多少朵？

學生列式： $3 \times 5$

大部份的學生沒有仔細閱讀題目的習慣，他們習慣見數字便將其相乘，未有思考題目的意思。

《數之樂：小學生數學輔助教材》中列出了有特殊學習需要的「數學學習困難」生在學習基本乘法時常見的學習難點。

1. 不熟悉乘法口訣

由於記憶力的問題，背誦乘法口訣對有特殊學習需要的學生來說是一大挑戰，不能熟背乘法口訣使其無法順利計算有關乘法的題目。

2. 不理解題意

當學生遇到乘法應用題如「媽媽買了3件，每件西餅售5元，共需付多少元？」時，學生會因未能理解題意而直接將題目中的數字相加，誤答為「5 + 3」。

3. 混淆「×」號和「+」號

他們在分別數學符號上有一定程度的困難。如他們計算 $3 \times 9$ 時，會出現以下的錯誤：

$$\begin{aligned} & 3 \times 9 \\ & = 12 \end{aligned}$$

他們將「×」號和「+」號混淆，把 $3 \times 9$ 當作 $3 + 9$ ，故計算 $3 + 9 = 12$ 。

研究者認為在計算這類問題時，老師可讓學生兩人一組，先一起朗讀題目再進行運算，這不但能確保學生清楚題目的要求，還有互相提醒之用。

若其中一名學生把題目讀作「3加9」而另一名則讀作「3乘以9」，他們會一起討論何者才是正確的，在這過程中加強對題目的理解。

## 第四節、相關研究

范揚素（2012）採用了單一受試實驗設計中的 A-B-A 撤回設計的方式，藉觀察同一種教學處理，分別在兩位不同研究參與者身上所產生的效果，以探討直接教學法教學對國小數學學習障礙學生在乘法運算的學習成效，及後發現直接教學法的介入令兩名小五數學學習障礙學生的整數乘法答對率大大提升。

林哲民（2013）將學習進程分為兩個階段「初步發展期」和「驗證期」進行研究。在「初步發展期」，研究者通過與國小學生的訪談收集數據並與昔日的文獻作對比，開發一套學習進程評量試題。「驗證期」主要以學習進程評量試題作為研究工具對學生進行施測，驗證研究者初步發展的學習進程的有效性。通過研究證實研究者初步發展的學習進程可靠度高。

廖秋燕（2002）利用長度測量迷思概念觀察記錄表和長度測量問題解決能力評量表記錄學生測量長度時遇到的問題和評量學生對長度測量問題的解決能力，藉以探討重度智能障礙兒童在長度測量這課題的學習成效及分析在解決問題時的行為表現。其後發現功能性課程的設計有效地教導學生如何解決生活中長度測量的問題。

徐桂琴（2010）以國小二年級學生為研究對象，通過收集後測、延後測、堂課、作業、擬題活動工作紙和數學小日記等數據了解學生對乘法擬題活動的感想、學習困難和對乘法這課題的理解程度，從而判斷學生的學習情況，探討乘法擬題活動的教學成效。研究指出在接受乘法擬題活動的教學後，學生的解題能力有明

顯的進步，在「乘法解題能力測驗」中的成績較沒有接受乘法擬題活動的學生優秀。

## 第參章 研究方法

本研究將大致相同的教學設計運用於抽離班和融合班的學生的課堂中，收集兩班學生學習進程和學習困難的數據，分析教學上需要怎樣的配合才能減輕他們於乘法學習上的困難。其後就這些數據作出討論，探討抽離班的學生能否回到融合班並有效地學習。為達到此目的，本研究採用了觀察研究法和行動研究。

本章將分為四節說明本研究之研究方法，第一節為介紹研究對象；第二節將陳述研究流程；第三節詳述研究工具；第四節蒐集數據及作出分析。

### 第一節、研究對象

本研究以香港某小學的兩班二年級生作研究對象，對比兩班二年級生的學習進程，望能回答本研究之研究問題。本研究的研究對象為抽離班的 10 位學生（全是特殊學習障礙的學生）和融合班的 31 位學生（有 3 位是特殊學習障礙的學生）。抽離班的任教老師為該校的老師，而研究者則會負責教授融合班。

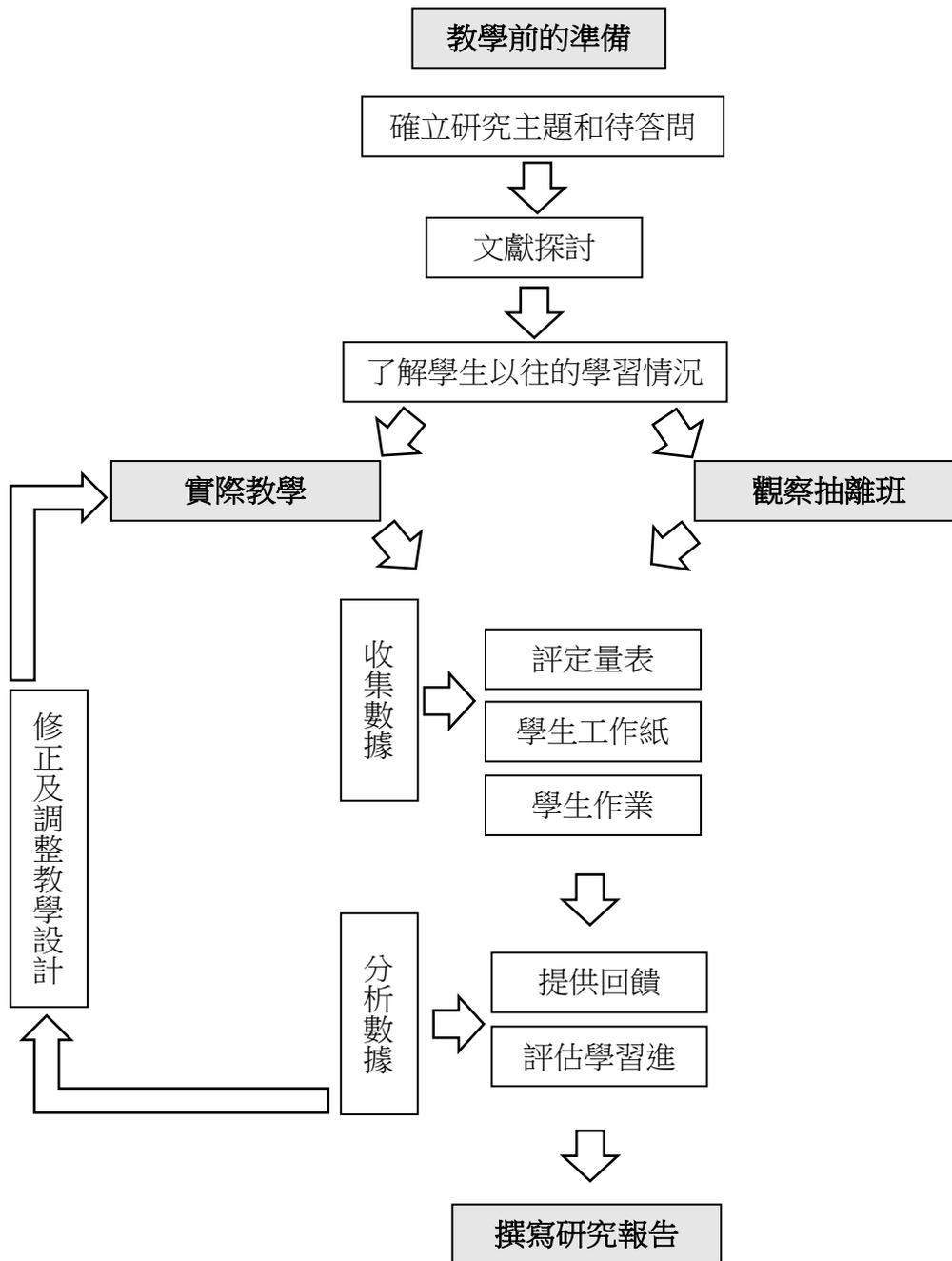
### 第二節、研究流程

本研究分三個階段進行。第一階段為教學前的準備，研究者將參考不同文獻，加強對「數學學習困難」生和小學二年級基本乘法教學內容的認識。另外，研究者將在校方同意的前題下，查閱研究對象的作業、工作紙、小測等，以便進一步了解他們的學習背景及學習情況。

第二階段為實際教學和觀察抽離班，研究者在融合班施教及觀察抽離班上課的過程中收集數據。研究者以觀察研究法觀察抽離班的上課情況，不作任何介入，其優點是能在自然的課堂環境中觀察學生的學習進程，在蒐集數據的同時又不會引起學生的心理防衛、掩飾或不合作的心理。通過長期的觀察，研究者可從學生在課堂上的即時反應與表現，了解學生產生基本乘法概念的過程、對概念的掌握程度及應用能力。而行動研究將用於融合班中，研究者針對教學情境中所發生的問題，通過觀察融合班學生的課堂表現和訪談收集數據並作出分析，了解問題的原因後採取行動來探究，以修正及調整教學設計的方式，檢視其能否達到預期的目的。

第三階段為撰寫研究報告。研究者就收集得來的數據，分析兩班學生學習進程和學習困難的異同，再按照分析的結果討論抽離班的學生能否融入融合班中並有效地學習。

研究流程圖如下：



## 第三節、研究工具

### 一、課堂觀察記錄表

本研究以質性研究探討抽離班的學生於乘法這課題的學習進程及學習困難，為方便記錄觀課情況以評估抽離班的學生的學習進程並收集研究問題一的數據，研究者參考廖秋燕（2002）的長度測量迷思概念觀察記錄表，設計了乘法課堂觀察記錄表，並於觀察抽離班上課的過程中填寫。研究者先填上該課節的學習重點，然後通過觀察課堂活動和課堂練習的進行，記錄學生在哪些教學部份遇到困難、以及犯錯的類型，以便日後分析困難出現的原因，亦方便與融合班的情況作比較。

### 二、乘法解決能力評定量表

乘法解決能力評定量表是參考廖秋燕（2002）的長度測量問題解決能力評量表而編成的。在是次研究中，將利用 4 個評定量表評估學生的表現。由於研究者認為概念的掌握為基本乘法的首要學習重點，故設計了兩個相關的評定量表，了解抽離班及融合班學生對概念的理解和掌握，並收集研究問題一、二的數據。另外，研究者亦會設計兩個有關乘法應用題的評定量表，評估學生處理應用題的能力以及找出學生於解答應用題時遇到的困難，收集研究問題一、二的數據。研究者設計的評定量表如下：

1. 「乘法概念」評定量表
2. 「根據乘法算式畫圖」評定量表
3. 「基礎乘法應用題」評定量表
4. 「進階乘法應用題」評定量表

## 第四節、數據蒐集及分析

在是次研究中，蒐集的數據包括學生上課情況的影片、訪談過程的錄音帶、學生的堂課、作業、工作紙和小測。以下為研究者如何運用各種方法蒐集和分析數據：

### 一、教學現場錄影

利用錄影機將抽離班的上課情況錄製下來，以便了解兩班學生的學習進程及收集研究問題一、二的數據。錄製的影片不但為研究者研究及分析兩班學生學習進程的異同作充分的理據，還可讓研究者再次觀察錄製的影片，仔細地分析兩組學生的學習進程和困難，找出學生犯錯或不理解概念的原因，分析教學設計的不足並作出改善，並討論抽離班的學生可否返回融合班中學習以回答研究問題三。在使用錄影機前，研究者會先徵得校方和研究對象及其家長的同意。

### 二、半結構性訪問

當抽離班的老師或研究者教授完一個課題後，研究者會在該課堂結束後，於抽離班邀請三位學生、融合班邀請學習能力為高、中、低的學生各一位進行半結構性訪談以收集研究問題一、二的數據（融合班的學生是根據他們一年級的測驗及考試成績而分作高、中、低三個類別的）。每次訪談的對象以盡量不重複為前題抽取，讓不同學生也有機會進行訪談，這樣做能收集更為概括的數據之餘又不會引起學生的胡亂猜想，減輕其對被選為訪談對象的不安全感。訪談時間約 5 分鐘，在這過程中將利用錄音機進行錄音（研究者會先出

同意書徵求研究對象、家長和校方的同意，在取得他們的同意後，再進行錄音)。研究者會詢問學生一些概念性的問題如請學生以連加式的方法表達3個2、讓學生完成乘法解決能力評定量表或讓學生背乘法表等，以評估不同學生的學習進程和困難，並就這些數據探討問題三—抽離班的學生能否回到融合班中學習。訪談的模式為每次同時訪問抽離班的三名學生或融合班的三名學生，這樣一來可以減低學生在進行訪談時所產生的焦慮和不安情緒；二來可以縮短訪談所用的時間，避免對學生造成干擾。

### 三、收集作業、工作紙和小測

研究者收集和查閱兩組學生的作業、工作紙和小測，以便了解兩班學生的學習進程和對單元的理解程度及收集研究問題一、二的數據。其後通過分析數據，探討抽離班的學生回到融合班後能否有效地學習，從而回答研究問題三。

## 第肆章 研究結果與分析

研究者將基本乘法的學習重點分作三大範疇作研究及分析：(1) 掌握乘法的概念、(2) 解答乘法應用題和 (3) 背誦乘法表。本研究所指的「理解乘法概念」為學生能通過文字、圖像和符號表達及思考被乘數和乘數的意思，如他們能根據連加式寫出乘式或「…的…倍」、根據圖意寫出乘式或「…的…倍」和根據乘式寫出「…的…倍」等。

### 第一節、 本研究之教學設計

研究者從文獻中總結出「數學學習困難」生於乘法這課題的學習難點，並針對這些困難調整教學設計，希望能透過教學上的調整減輕他們在乘法學習上的困難，令他們較容易學習乘法。在是次的研究中，抽離班和融合班的學生會採用大致相同的教學設計。

#### 一、引入乘法概念方面

文獻指出學生在學習乘法概念時，容易混淆連加、乘和倍的關係，如「 $2 \times 3$ 」即「2 的 3 倍」，也等於「 $2 + 2 + 2$ 」，但有部分學生會誤以為「 $2 \times 3$ 」等於「 $3 + 3$ 」，可見學生未能掌握被乘數和乘數的意思。

有鑑於此，研究者會將教學步驟仔細化，不會於同一時間帶出連加、乘和倍的關係，反之，會逐一教授，有助學生掌握不同的概念。以下為引入乘法概念的教學鋪排：

1. 在引入乘法概念前先與學生重溫以連加算式表示物件的數量，在過程中配以淺顯的文字和圖畫，方便學生理解。請見下圖：



2. 在重溫幾道題目後，特意設計一道寫法較為繁瑣的連加算式。

如「 $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 27$ 」，並指出用連加算式表達太麻煩了，可用一個較簡單的方式表示，它就是乘法算式，即  $3 \times 9 = 27$ ，中間的符號稱為「乘號」，整道乘法算式讀作「3 乘以 9 等於 27」，藉以引入乘法概念。

3. 為了讓學生較容易理解被乘數和乘數的意思，研究者於授課時會指出乘號前的數表示「重複連加的數」、乘號後的數表示「出現的次數」。請見下圖：



在教學的初期，每見一道乘式（如  $3 \times 9$ ），學生都要一起朗讀「重複連加的 3 出現了 9 次」。

4. 其後，讓學生練習根據圖畫寫出連加算式和乘法算式。當學生掌握後再指出連加算式除了可以乘法算式表示外，還可以「...的...倍」表示，並以課堂工作紙鞏固知識。下圖為鞏固乘法概念的課堂工作紙的部份截圖：

1. 貼紙每包有 4 張，6 包共有多少張？



$$\begin{array}{r} \underline{4} + \underline{4} + \underline{4} + \underline{4} + \underline{4} + \underline{4} \\ = \underline{24} \text{ (張)} \end{array}$$

用乘法算式表示：

重複連加的數	出現多少次	結果
$\underline{4}$	$\otimes \underline{6}$	$= \underline{24}$
4	的 6 倍是	24

在教學的初期，研究者希望學生能專注於理解乘法算式所表達的意思，故只會指出乘號前的數表示「重複連加的數」、乘號後的數表示「出現的次數」，而不會告知學生「被乘數」、「乘數」等詞語，避免學生因同一時間學習「被乘數」、「乘數」及其分別代表的意思而感到吃力。直到大部份的學生能掌握數理後，才教授學生乘號前的數是「被乘數」、乘號後的數是「乘數」。

## 二、乘法引入的序列

新亞洲出版社所出版的教科書建議教師先教授學生 2、5 和 10 的乘法，其後教授 3、4、6 和 9 的乘法，最後才教授 7、8、1 和 0 的乘法。原因是學生在一年級時已學過 2 個、5 個和 10 個一數，這前備知識可幫助他們背誦 2、5 和 10 的乘法表，故在教學鋪排上會先引入相對容易的乘法，而相對難的乘法引入的序列則較後。然而，《數之樂：小學生數學輔助教材》中指出有特殊學習需要的「數學學習困難」生在學習基本乘法時常見的學習難點為不熟悉乘法口訣。

有見及此，研究者決定以  $9 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 10 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0$  的順序引入不同的乘法，先教授學生相對較難的乘法（9、8、7、6 的乘法），其後再教授相對簡單的乘法（4、3、5、10、2、1、0 的乘法）。這設計有三個目的：一是希望借助 9 的乘法的指法提升學生對乘法這課題的學習興趣；二是由難到易的引入順序能讓學生有愈學愈簡單的感覺，大大提升他們對學習數學的自信心；三是為學生提供較長的時間背誦相對較難的乘法表，減輕學生因未能熟背乘法口訣而帶來的問題。

### 三、解答乘法應用題方面

文獻指出學生解答應用題時沒有仔細閱讀题目的習慣或未能理解題意，故學生列式時直接根據题目中數字出現的先後次序決定被乘數和乘數。如處理「媽媽有 3 束花，每束花有 5 朵，媽媽有花多少朵？」，學生的列式為  $3 \times 5$ ，但讓他們解釋這樣列式的原因時會發現他們只是單純地將题目中的數字相乘，沒有思考或根本未能理解题目的意思。

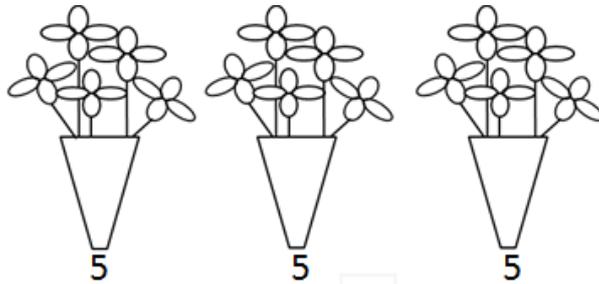
故在教學初期，研究者要求學生以「逐句讀，逐句畫」的解題步驟解題。這教學設計的目的在於培養學生「先讀題，後列式」的習慣，以免學生在未閱讀题目的情況下便習慣性地將题目中的數字相乘。與此同時，「逐句讀，逐句畫」的方法能幫助學生梳理文字訊息，減輕學生於同一時間處理大量文字訊息的負擔，對文字訊息處理能力較弱的學生而言幫助尤其大。

以上述例子為例，「逐句讀，逐句畫」的解題步驟為：

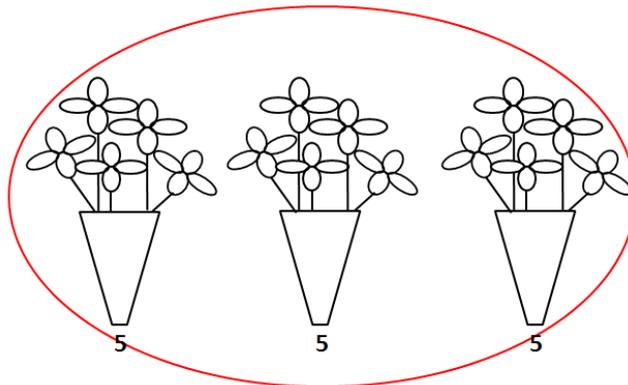
1. 在解答應用題時不會一開始便顯示完整的題目，研究者會先顯示「媽媽有 3 束花」，學生要根據這意思畫圖。



2. 之後再顯示「每束花有 5 朵」，學生根據這意思畫圖。



3. 其後顯示「媽媽有花多少朵」，學生要根據這意思圈出題目所指的部份。



4. 最後學生要根據圖意列出乘式。從圖中可見「重複連加的 5 出現了 3 次」，故乘式為  $5 \times 3$ 。

當學生培養了「先讀題，後列式」的習慣後，研究者不會再要求他們一定要畫圖，但仍會詢問學生為何如此列式。

## 第二節、兩班學生的學習進程

抽離班和融合班在乘法這課題的教學設計大致相同，然而，在老師的帶引底下，兩班學生的學習反應和成就有着明顯的差別。

### 在引入乘法概念方面

研究者於引入乘法算式時首次提及「重複連加的數」和「出現的次數」這兩組字詞。請見下圖：

重複連加的數		出現的次數
3	×	9
<span style="color: blue;">重複連加的</span> <span style="color: red; font-size: 1.5em;">3</span> <span style="color: blue;">出現了</span> <span style="color: green; font-size: 1.5em;">9</span> <span style="color: blue;">次</span>		

同一時間引入乘法算式、「重複連加的數」和「出現的次數」兩組字詞不但不會為融合班的學生帶來困擾，他們更對「重複連加的…出現了…次」這句子印象深刻，就算沒有老師的提示，全班學生皆能自行完成課堂功作紙並取得全對的成績。

而抽離班的任教老師則選擇在重溫以連加算式表示物件的數量時提及「重複連加的數」和「出現的次數」這兩組字詞。請見下圖的例子：



因為抽離班的學生處理訊息的能力較弱，於同一時間學習乘法算式和新的字詞，對他們來說訊息量太大，他們一定未能掌握，故任教老師作出調整，利用連加法這前備知識帶出「重複連加的數」和「出現的次數」，讓學生較容易理解這兩組字詞，並通過練習題鞏固他們的知識，以便其後套用這兩組字詞來理解乘法算式的意思。另外，在引入乘法概念的課堂中，老師在講述每道乘法算式時，都會不停複述哪些數字表示「重複連加的數」和「出現的次數」，確保學生能知道該乘法算式所表達的意思；而邀請學生回答問題時，每條問題會邀請兩位或以上的學生回答，並要全班一起複述答案，以鞏固學生對概念的理解。儘管老師刻劃了一個較為細緻的教學過程，但當學生需自行完成與融合班相同的課堂功作紙時，仍有不少學生未能根據題目列出連加式和乘式，需老師從旁引導才能取得正確的答案。

另外，研究者設計了「乘法概念」的評定量表，主要考核兩班學生（一）能否根據圖意寫出連加算式、乘法算式和利用倍表示；（二）能否根據乘法算式畫圖表示。結果顯示融合班中高能力的學生三題全對，中、低能力的學生於（一）的部份兩題全對，但根據乘法算式畫圖一題則畫圖不正確。而抽離班的學生中有一位於（一）的部份兩題全對，唯根據乘法算式畫圖一題畫圖不正確；另外兩位學生則三題皆有出錯的地方。

由以上的例子可見，儘管在較慢的教學節奏和較細緻的教學過程下，抽離班學生的表現仍較融合班的學生遜色，故可推斷在正常的教學節奏下他們未必能學會老師所教授的知識。

在教授應用題方面

研究者在教學的初期要求學生利用「逐句讀，逐句畫」的方法解題。研究者的做法是先帶領學生一同完成一道應用題以重溫解題的步驟，其餘的課堂練習會讓學生嘗試自己思考並在堂課簿上畫圖解題，當大部份學生完成後會邀請學生於黑板上畫圖及說明列式的原因。直到教授 7 的乘法時發現大部份的學生在沒有畫圖的情況下也能清楚解釋列式的原因，故開始只用口述的方法詢問學生，並未硬性規定學生一定要用畫圖的方式解題。唯班上仍有一些能力較低的學生要用畫圖的方法解題，故他們在課堂上的回答沿用這方法。直到學完 4 的乘法，融合班的所有學生皆不用畫圖以幫助思考。

而抽離班的任教老師同樣要求學生利用「逐句讀，逐句畫」的方法解題，與融合班不同的是在教學的過程中，老師有較多的言語提示，每題課堂練習都會帶領學生一同完成，回答以口述的方式描述圖畫和說出乘法算式為主。另外，抽離班的課堂練習的數量亦比融合班多一倍。

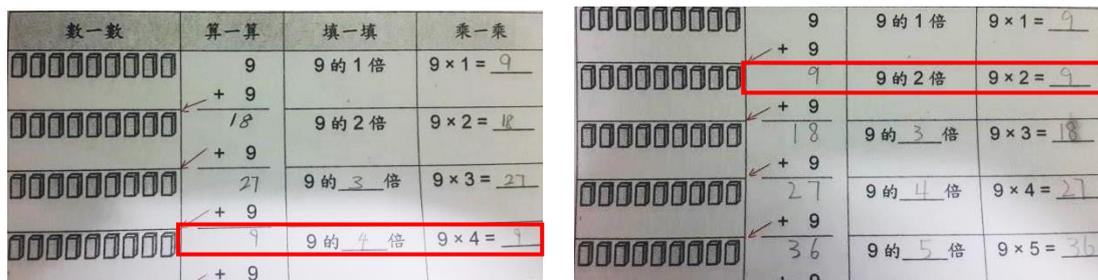
研究者於學習完 4 的乘法和乘法這課題後分別進行兩次測試，評估兩班學生的學習進程。每次測試各邀請三位融合班的學生（他們分別為高能力、中能力和低能力的學生）和三位抽離班的學生在沒有老師的提示下自行完成「基礎乘法應用題」和「進階乘法應用題」評定量表。這兩個量表分別有三道應用題，需要學生根據題意列出乘式，並以口述的方法解釋列式的原因。在「基礎乘法應用題」評定量表的解題過程中，融合班高、中能力的學生未有利用畫圖的方法幫助思考，低能力的學生則每題皆要圖畫；而抽離班的三位學生亦需畫圖以幫助思考。結果

顯示融合班高、中能力的學生全對，低能力的學生答錯 1 題；抽離班的學生分別答錯 1 題、2 題和全錯。而在「進階乘法應用題」評定量表的解題過程中，融合班的學生都不用畫圖；而抽離班的學生皆有畫圖。這評定量表的結果為融合班的三位學生全對；而抽離班的三位學生皆答錯最後一題。

由這結果可見，在學習的中期，抽離班的學生理解文字訊息的能力仍然較弱，令他們在自行解題的情況下容易出錯，但隨着時間的過去，以老師引導為主的教學和較多的課堂練習令他們的解題能力有所提升，他們於「進階乘法應用題」評定量表的表現不俗。然而，這情況也反映出抽離班的學生需要較慢的教學節奏才能掌握知識。

### 在編制乘法表方面

研究者在融合班授課時只帶領學生一同編制 9 的乘法表，其餘的乘法表如 8、7、6、4、3 的乘法表皆由學生自行編制。儘管有些學生編制的速度較慢，但他們清楚編制的步驟，故所有學生皆能自行完成編制。而抽離班的情況有些不同。任教老師帶領學生一同編制 9 的乘法表時，有些學生因工作記憶稍遜，經常被無關的訊息干擾，看見旁邊的圖畫有 9 個長方體便在直式上寫上 9，並未有理會直式的用意。請見下圖的例子：



有鑑於此，抽離班的任教老師調整教學設計，與學生一同編制 8、7、6 的乘法表，一開始學生仍會被無關的訊息干擾，但通過一次又一次的親手操作，他們開始熟習編制乘法表的步驟，被無關訊息干擾的情況也逐漸減少，直到編制 6 的乘法表時所有學生都能掌握乘法表的編制方法，故老師嘗試放手讓學生自行編制 2、3、4、5、10 的乘法表，幸而所有學生皆能成功編制。

從以上的實例可見，被無關訊息干擾的問題對抽離班的學生整體的推進構成打擊，因學生需要不停地作出修正，而不修正的話又不能繼續編制乘法表，故無可避免地拉長學習時間。

### 第三節、兩班學生的學習困難

在學習乘法這課題時，抽離班和融合班的學生皆出現了一些學習困難，他們有的因為教學設計上出現漏洞，而跟不上老師的教學進度；有的則由於受特殊學習障礙的影響，使他們在學習上的表現稍遜。

#### 兩班學生共同的困難：教學斷層

##### 一、根據連加算式寫出相應的乘法算式和以倍表示

在教學的初期，研究者發現融合班中有部份學生於沒有圖像提示的情況下較難根據連加算式寫出相應的乘法算式和以倍表示。請見下圖的例子：

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & 9+9 \\ & = 9 \text{ 的 } \boxed{9} \text{ 倍} \\ & = 9 \times \boxed{9} \\ & = \boxed{81} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & 9+9+9 \\ & = 9 \text{ 的 } \boxed{9} \text{ 倍} \\ & = 9 \times \boxed{9} \\ & = \boxed{81} \end{aligned}$$

當學生看見「 $9 + 9$ 」時，他們會被題目中的「9」影響，寫出等於「9的9倍」及「 $9 \times 9$ 」，但只要引導他們聯想起哪個數是「重複連加的數」和哪個數是「出現的次數」時，他們能馬上說出「9是重複連加的數，出現了2次」。這時再讓他們用乘法算式表示「 $9 + 9$ 」，他們皆能說出「 $9 + 9$ 」等於「 $9 \times 2$ 」並指出這是因為「重複連加的9出現了2次」。

研究者為此作出檢討，發現自己在教學的過程中只著重讓學生練習看見乘法算式（一）說出「重複連加的…出現了…次」這句子、（二）以「…的…倍」表示，卻未曾在沒有圖像提示的情況下和學生練習以「重複連加的…出現了…次」這句子表示連加式。研究者本以為看見「 $9 + 9$ 」，學生很容易便能說出「重複連加的9出現了2次」，故沒有特別帶出這點，未想到學生未能將連加算式和「重複連加的…出現了…次」這句子連繫起來，以致形成教學斷層，令他們由連加算式轉換到乘法算式時出現困難。在指出連加算式和「重複連加的…出現了…次」這句子的關係後的第三天，研究者讓曾答錯的學生完成相類似的練習（請見下圖），評估學生是否已修補這教學斷層，幸而這次他們皆能取得正確答案。

<p>① <math>8 + 8</math>  <math>= 8</math> 的 <input style="width: 40px; text-align: center;" type="text" value="2"/> 倍  <math>= 8 \times</math> <input style="width: 40px; text-align: center;" type="text" value="2"/>  <math>=</math> <input style="width: 60px; text-align: center;" type="text" value="16"/></p>	<p>② <math>8 + 8 + 8 + 8</math>  <math>= 8</math> 的 <input style="width: 40px; text-align: center;" type="text" value="4"/> 倍  <math>= 8 \times</math> <input style="width: 40px; text-align: center;" type="text" value="4"/>  <math>=</math> <input style="width: 60px; text-align: center;" type="text" value="32"/></p>
---	---

抽離班亦有學生出現這問題，部份學生會寫出「 $9 + 9 = 9$  的 9 倍  $= 9 \times 9 = 81$ 」。請見下圖的例子：

$$\begin{aligned}
 &9 + 9 \\
 &= 9 \text{ 的 } \boxed{9} \text{ 倍} \\
 &= 9 \times \boxed{9} \\
 &= \boxed{81}
 \end{aligned}$$

當學生學完 8 的乘法後，任教老師再讓學生完成相類似的工作紙，發現仍有學生未能掌握連加算式和乘法算式的轉換，但這次學生未有受乘法算式的影響，能得出「 $8 + 8 = 16$ 」（請見下圖）。直到學完 7 的乘法，學生才能修正錯誤。

$$\begin{aligned}
 &8 + 8 \\
 &= 8 \text{ 的 } \boxed{8} \text{ 倍} \\
 &= 8 \times \boxed{8} \\
 &= \boxed{16}
 \end{aligned}$$

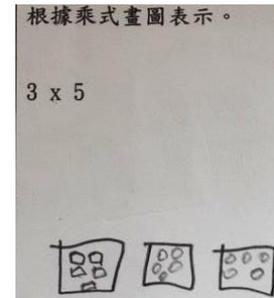
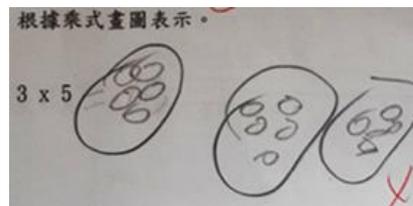
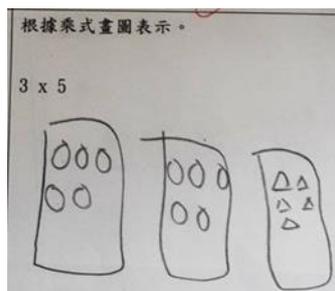
儘管兩班學生都有相同的學習困難，但有別於融合班的情況，抽離班的任教老師在課堂上早已指出連加算式可以「重複連加的…出現了…次」這句子表達（請見下圖），並讓他們完成 4 題練習題作鞏固。



可是，在如此細緻的教學下，抽離班仍有部份學生未能掌握概念。除此之外，他們克服困難所需的時間也較長。故可預計在正常的教學下，抽離班學生的學習進展必定未如理想。

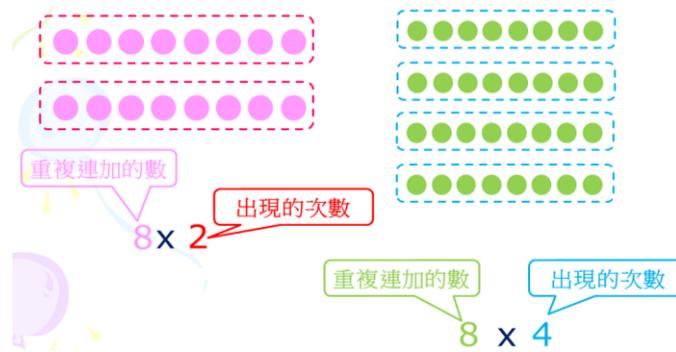
## 二、根據乘法算式畫出相應的圖

研究者亦發現兩班學生根據乘法算式畫出相應的圖時，很容易被乘法算式中數字出現的先後次序影響。如下圖，學生需要根據  $3 \times 5$  畫出相應的圖，他們一看見 3，便先畫了 3 個框框，其後在每個框框裏畫上 5 個圓圈。結果他們所畫的圖對應的乘法算式是  $5 \times 3$ ，而不是題目要求的  $3 \times 5$ 。



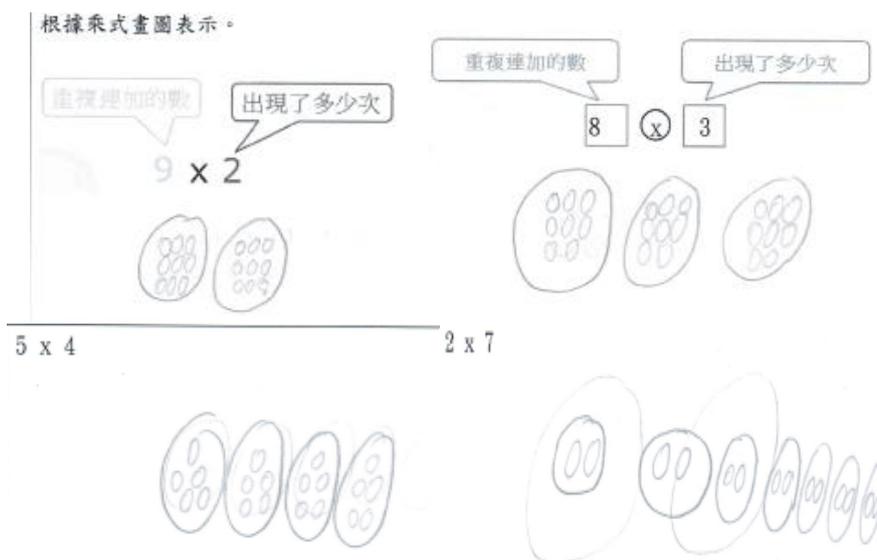
當研究者遮蓋圖畫，讓學生解釋  $3 \times 5$  的意思時，他們能說出  $3 \times 5$  的意思為「重複連加的 3 出現了 5 次」，之後研究者遮蓋乘法算式，詢問他們所畫的圖表示甚麼意思，他們能回答「重複連加的 5 出現了 3 次」。可見學生雖能分別根據乘法算式和按圖說出「重複連加的...出現了...次」，但他們不知道「重複連加的...出現了...次」這句子是連繫兩者的關鍵，故未能直接由乘法算式轉換至畫圖。

針對這困難，研究者回想起教學和觀課的過程，自己及抽離班的任教老師在課堂中只讓學生練習按圖說出「重複連加的...出現了...次」及相應的乘法算式(請見下圖)，以為學生有足夠的逆向思維能力，可以通過這些練習自己理解如何由乘法算式轉換至畫圖，未想到會產生教學斷層。



其後，研究者利用「根據乘法算式畫圖」評定量表進行測試，希望可藉此找出修補斷層的方法，故從融合班中抽出三位學生（他們分別為高能力、中能力和低能力的學生）和抽離班中抽出三位學生，讓他們完成 4 道根據乘法算式畫圖的題目。首 2 題中提供「重複連加的數」及「出現的次數」的句子，而後 2 題則沒有提示。在評估的過程中要求學生先朗讀乘法算式所表達的意思（如重複連加的 9 出現了 2 次），再畫圖。結果發現只要幫學生帶出連繫乘法算式和畫圖的橋樑是「重複連加的…出現了…次」這句子，融合班的三位學生皆能取得全對的成績。

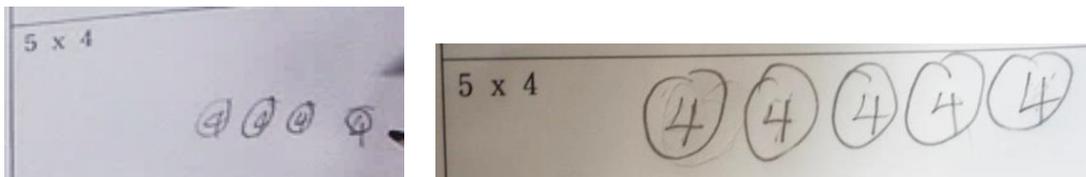
請見下圖：



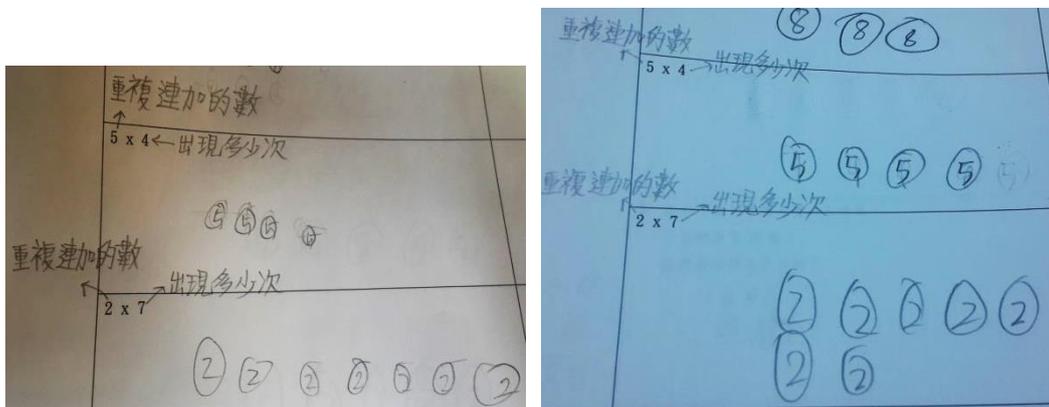
抽離班學生的表現則未如融合班理想。有一位學生在第 2 題時畫圖出錯，原因是他並沒有朗讀「重複連加的 8 出現了 3 次」，當他先朗讀後畫圖時，他能自行修改答案。請見下圖：



而在第 3 題的部份，有兩位學生畫圖出錯，他們所畫的圖對應的乘法算式分別是  $4 \times 4$  和  $4 \times 5$ 。請見下圖：



當研究者為他們加上文字提示後，他們可自行修正圖畫，並順利完成第 4 題。

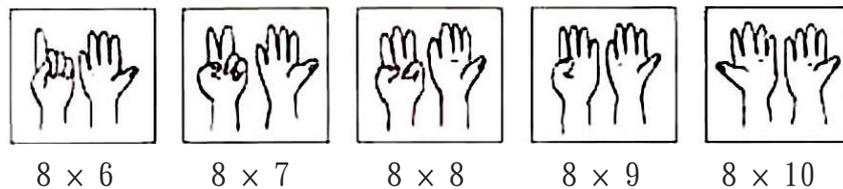
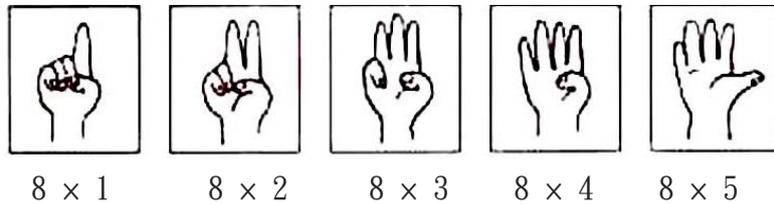


總結以上的例子，融合班的學生完成兩題有提示的題目後便能自行修正問題；而抽離班的學生則需要較多的文字提示幫助鞏固知識。這可反映抽離班的學生學習能力較融合班的弱，克服困難所需的時間也較長。

抽離班學生特有的困難

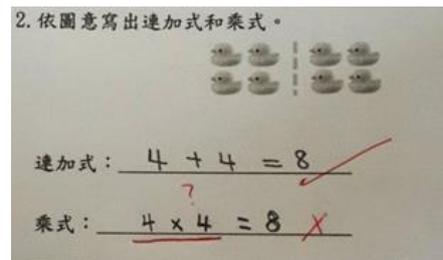
## 一、工作記憶較弱

抽離班的學生工作記憶較弱的問題於背誦乘法表時尤其明顯。研究者於功課輔導班時曾抽出不同的學生，讓他們個別背誦乘法表，結果發現大部份的學生在背誦的過程中會突然忘記自己背到哪裏。研究者試過讓學生通過手指的幫助記錄自己背到哪裏，以8的乘法為例，背 $8 \times 1$ 時伸出1隻手指， $8 \times 2$ 時伸出2隻手指， $8 \times 3$ 時伸出3隻手指，如此類推。詳情請見下圖：



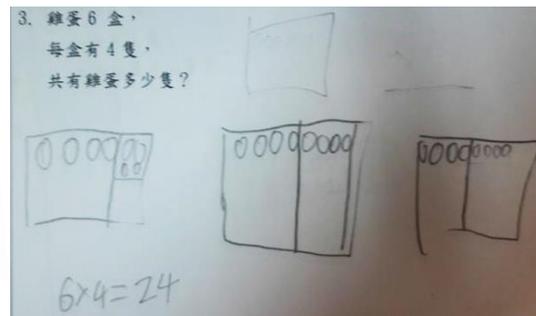
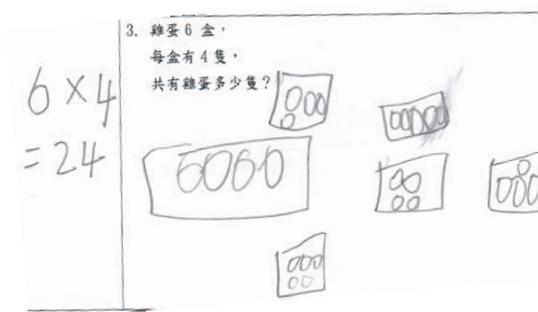
然而，這方法的成效並不顯著，學生在背誦的過程中需要顧及手指的動作，反而為他們帶來負擔，他們有時會忘記伸出手指，有時又會因顧着伸出手指而忘記自己背到哪裏，令問題更為嚴重。

另外，在評估的過程中，研究者發現抽離班的學生經常被無關的訊息干擾。如下圖，學生能根據圖意列寫正確的連加算式，唯他們在列寫乘法算式時受到之前的答案干擾。當研究者遮蓋乘法算式的部份，讓學生以乘法算式表示 $4 + 4$ 時，他們能回答 $4 \times 2$ ，之後讓他們再看一看自己寫的答案時，他們指出不小心抄了上一題的數字。

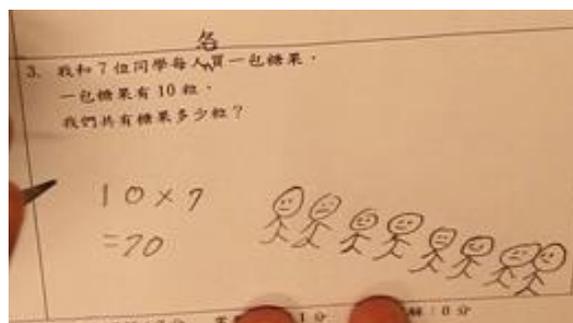


學生在解答乘法應用題時亦會出現這問題，他們容易受題目中的數字干擾。

如下圖，他們被數字出現的先後次序影響，明明畫圖是正確的（以乘法算式表示為  $4 \times 6$ ），但列式時會不自覺地跟隨題目中數字出現的順序決定被乘數和乘數（ $6 \times 4$ ），以致列式錯誤。請見下圖的例子：



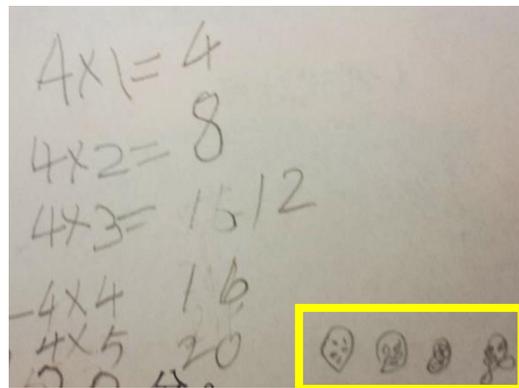
而在以下的例子中，學生雖然未有被題目中數字出現的順序影響其判斷被乘數和乘數的能力，但學生列式時亦受題目中出現過的數字影響。從圖中的 8 個人可見學生理解「我和 7 位同學」這句的意思指一共有 8 人，但列式時他受到題目中的「7」影響，列式為  $10 \times 7$ 。



## 二、長期記憶較弱

抽離班有部份學生在背乘法表時遇到問題。因為9的乘法有指法的幫助，學生很容易便背熟9的乘法，但其他的乘法並沒有簡單的指法幫助背誦，有部份學生經常忘記8、7、6的乘法。研究者曾鼓勵他們通過俗語或故事加強記憶，如通過俗語「不理三七二十一」記得 $3 \times 7 = 21$ ；故事「伯伯六十四歲」記得 $8 \times 8 = 64$ 等。儘管學生在當天會記得，但隔天再詢問時他們又會忘記，使到那些學生在背乘法表時需花費大量的時間與精力。

此外，學生會出現突發性的錯誤。研究者發現抽離班有部份學生於熟背乘法表後會出現突然忘記的情況，如有位學生一直以來都能熟背4的乘法，但有一天讓他背寫時，他卻忘記了 $4 \times 5$ 等於多少，他停頓了一會後開始根據乘法算式畫圖，之後通過數出圖中圓圈的數目得知 $4 \times 5 = 20$ 。請見下圖：



這位學生的做法令研究者大吃一驚。研究者教授學生根據乘法算式畫圖的原意是幫助學生鞏固乘法的概念，想不到這方法居然可幫助忘記乘法表的學生找出答案。

## 第五章 結論及建議

### 第一節、結論

通過是次研究，就研究問題一「抽離班和融合班的學生於乘法這課題的學習進程有何不同？」，研究者發現儘管在大致相同的教學設計下學習同一課題，抽離班和融合班學生的學習反應和成就有着明顯的差別。相對於融合班的學生，抽離班的學生於同一時間處理多種訊息的能力較弱，而理解文字訊息的能力也較差。此外，他們的工作記憶稍遜以致容易受無關的訊息干擾。這些學習障礙對抽離班的學生的學習構成一定程度的影響，使得他們在學習乘法概念、解答乘法應用題和編制乘法表三方面皆需要較慢的教學節奏及較細緻的教學過程以掌握及理解知識。由於教學節奏減慢、教學過程細緻化和練習題增加的原故，教授抽離班的學生基本乘法這課題共用了 20 堂，而教授融合班的學生則用了 15 堂，抽離班所花的時間是融合班的 1.3 倍。然而，從兩班學生的課堂表現、四個評定量表及評估的結果可見，即使所花的課時較多，抽離班學生的學習成就也較融合班學生遜色。

而就研究問題二「抽離班和融合班的學生於乘法這課題的學習困難有何異同之處？」，研究者發現抽離班和融合班的學生於根據連加算式寫出相應的乘法算式和以倍表示的題目及根據乘法算式畫出相應的圖的題目掌握較弱。原因是研究者和抽離班的任教老師未能收緊教學，而學生又不能自行修正老師未有講清的訊息，以致教學斷層的出現。抽離班的學生除了有上述提及的教學斷層問題外，在學習方面還存在着先天性的困難。他們的工作記憶較弱，在背誦乘法表時經常忘

記自己背到哪兒。其次，他們容易受到其他無關痛癢的訊息干擾，如不小心抄了上一題的答案；在列式時被題目中的數字影響等，使他們在掌握概念和理解題意的情況下，答題時仍會出錯。另外，他們的長期記憶比起融合班的學生弱，熟背乘法表對他們來說是一大難關。

最後，研究者將回答研究問題三「在調整教學的情況下，抽離班的學生能否回到融合班學習？」。儘管研究者已根據文獻中「數學學習困難」生的學習難點調整了教學，但見基於之前的分析，抽離班的學生仍需要很慢的教學節奏才能掌握知識。故要讓抽離班的學生回到融合班上課，教學節奏必需有所調整，然而，這並不是一件容易的事。若照顧抽離班學生的需要，重複又重複的教學步驟和較多的練習題會令能力較高的學生感到煩悶，甚至會消磨他們的學習興趣；若照顧融合班學生的需要，採取正常的教學節奏，抽離班的學生又會因跟不上教學進度而未能掌握知識。就算有助教的幫忙，成效也未必顯著，因為助教只有一人，在課堂中較難照顧全部有需要的學生。故研究者認為融合終究是神話，抽離班的學生較難回到融合班學習。開辦抽離班是幫助他們學習數學的最有效的方法，因為在抽離班中，教學設計針對他們獨有的障礙而設，既可以切合他們的需要，以較慢的節奏學習，提升他們的學習成效，又不需擔心影響其他學生的進度。

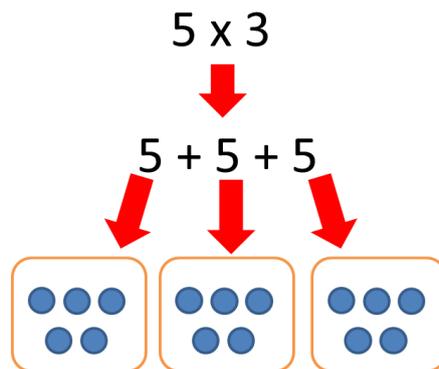
## 第二節、建議

在是次研究中，研究者發現即使調整了教學設計，抽離班和融合班的學生在學習乘法這課題時仍會出現一些學習困難。現就這些困難作出改善教學的建議。

### 一、針對乘法概念的建議

鑑於學生因未能將連加算式和「重複連加的…出現了…次」這句子連繫起來，以致由連加算式轉換到乘法算式時出現困難。老師可改善引入乘法概念的教學鋪排，在重溫以連加算式表示物件的數量時先提及「重複連加的數」和「出現的次數」這兩組字詞，並與學生練習以「重複連加的…出現了…次」這句子表示連加式，幫助學生日後利用這知識理解乘法算式所表達的意思。其後再幫學生將知識逐步連繫（由連加算式連繫至「重複連加的…出現了…次」再連繫至乘法算式），使學生能於連加算式和乘法算式中靈活地轉換。

就學生未能根據乘法算式畫出相應的圖這點，老師可培養學生見到乘法算式時先寫出相應的連加算式的習慣，之後再根據連加算式畫圖。以  $5 \times 3$  為例，學生見到  $5 \times 3$  後要先寫出相應的連加算式  $5 + 5 + 5$ ，其後在每個 5 之下畫出相應的圖（請見下圖）。



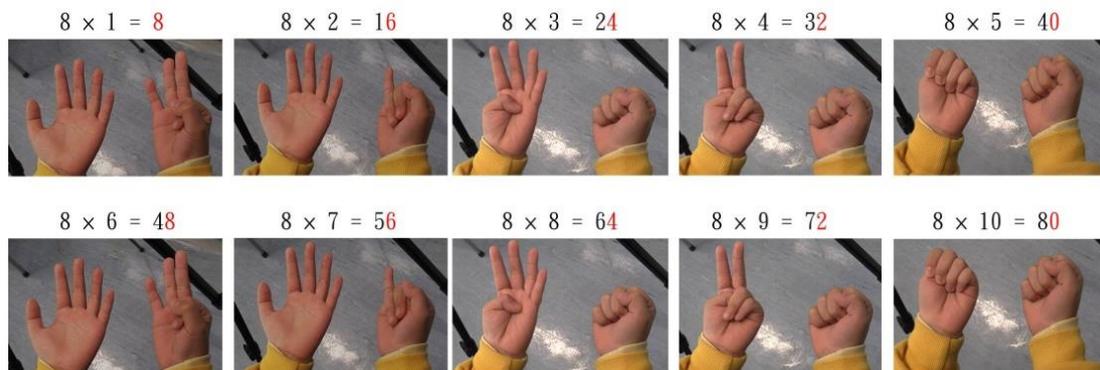
對於一些能力稍遜和工作記憶稍弱的學生來說，他們較難直接於乘法算式轉換至圖像，加多一步的好處是學生可以通過連加算式的幫助，較容易地畫出相應的圖。待學生熟習由乘法算式轉換至圖像後，老師可鼓勵學生省略中間的步驟。

## 二、針對解答乘法應用題的建議

「逐句讀，逐句畫」的解題方法對學生的解題有很大的幫助，其不但可培養學生閱讀题目的習慣，還能幫助學生梳理文字訊息，令學生較容易理解题目的意思，故研究者建議在教授應用題時沿用這方法。然而，抽離班的學生列式時容易受题目中的數字干擾，以致畫圖正確但列式不正確的情況出現。有見及此，老師要培養學生於畫圖後根據圖意列式的習慣。老師可嘗試在學生根據題意畫圖後，要求他們用手遮蓋題目，幫助他們將注意力集中於圖畫上，減少列式時受题目中的數字影響。

## 三、針對背誦乘法表的建議

有些學生的記憶力稍遜或不能通過死記的方法背誦知識，儘管他們努力地背誦乘法表，但很快便會忘記，故需為他們尋找另一個方法，刺激及加強他們的記憶，幫助他們熟背乘法表。融合班中有一位學生無法通過死記的方法背誦8的乘法表，研究者教授他8的乘法的指法（每次合起2隻手指），他在指法的幫助下最終能背誦8的乘法表。雖然這指法較為抽象，只能顯示8的乘法結果的個位數字（ $8 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 0$ ），不是對所有學生都有效，但不同的學生有不同的學習方法，對圖像敏感的學生，可嘗試教授這指法。詳情請見下圖：



學生在學習乘法這課題時遇到的另一問題為忘記乘法表，這既可能是突發性錯誤的出現，又可能是學生未有熟背乘數表。不論是哪種情況，學生在遇到這問題時一定會手足無措，若老師在教學的過程中預先教授學生如何利用其他方法找出乘法算式的結果，必定對他們有很大的幫助。在半結構性訪問中，研究者發現根據乘法算式畫圖的方法能幫助抽離班的學生在忘記乘法表的情況下找出乘法算式的結果。以  $6 \times 4$  為例，學生先根據乘法算式畫圖，之後通過數出圖中圓圈的數目得知  $6 \times 4 = 24$ 。請見下圖：



儘管有人認為這方法較為麻煩，但對於未能熟背乘法表的學生而言，這不失為一個可行的方法，故研究者建議老師教授學生根據乘法算式畫圖，使學生在忘記乘法表時亦能通過畫圖的方法找出答案。

而對於加減法運用純熟的學生，老師可嘗試教授學生在忘記乘法表時利用加法或減法的幫助找出答案。以 7 的乘法為例，如學生忘記了  $7 \times 4$  的結果，但其記得  $7 \times 3 = 21$ ，這時學生可利用加法 ( $21 + 7$ )，計算出  $7 \times 4$  的結果 (28)；若學生只記得  $7 \times 5 = 35$ ，但其要找出  $7 \times 4$  的結果時，便可運用減法 ( $35 - 7$ )，計算出  $7 \times 4$  的結果 (28)。請見下圖：

$$\begin{array}{r}
 7 \times 3 = 21 \\
 7 \times 4 = ? \\
 7 \times 5 = 35
 \end{array}$$

↪ + 7  
↩ - 7

## 第陸章 參考資料

- 范揚素 (2012)：《直接教學法對國小數學學習障礙學生在乘法運算之學習成效》，國立屏東教育大學特殊教育學系教學碩士論文。
- 馮振業和汪滌塵 (2015)：融合數學教育是神話嗎？，輯於《香港數學教育會議 2015 論文集》，(頁 91-104)，香港，香港數學教育學會。
- 廖秋燕 (2002)：《國小啟智班中重度智能障礙兒童長度測量之教學成效研究》，國立嘉義大學國民教育研究所碩士論文。
- 林哲民 (2013)：《國小學生因數與倍數學習進程之探究》，國立臺灣師範大學科學教育研究所碩士班碩士論文。
- 盧樸川 (2005)：《小學數學》，香港：新亞洲出版社。
- 教育署心理輔導服務組 (2000)：《教學建議幫助有特殊學習困難的學童》，檢自 <http://www.edb.gov.hk/attachment/tc/about-edb/publications-stat/publication/sld.pdf> 瀏覽日期：20150930
- 課程發展議會 (2000)：《數學課程指引 (小一至小六)》，檢自 [http://www.edb.gov.hk/attachment/tc/curriculum-development/kla/ma/curr/chapter%204\\_4.pdf](http://www.edb.gov.hk/attachment/tc/curriculum-development/kla/ma/curr/chapter%204_4.pdf) 瀏覽日期：20150920
- 香港特別行政區教育局教育心理服務 (新界) 組 (2010)：《數之樂：小學生數學輔助教材》，檢自 [http://www.hkedcity.net/iclub\\_files/a/1/6/webpage/sen\\_maths/ebook\\_web/index\\_menu.html](http://www.hkedcity.net/iclub_files/a/1/6/webpage/sen_maths/ebook_web/index_menu.html) 瀏覽日期：20150920
- 徐桂琴 (2010)：《擬題活動對國小二年級乘法教學成效之探討》，國立臺南大學數學教育學系碩士班碩士論文。

余民寧(2006)：影響學習成就因素的探討，《教育資料與研究雙月刊》，73，頁11-24。

朱經明和蔡玉瑟（2000）：《動態評量在診斷國小五年級數學障礙學生錯誤類型之應用成效》，特殊教育研究學刊，18，173-189。

Adelman, H. S., & Taylor, L. (1993). *Learning problems & learning disabilities : moving forward*. Pacific Grove, Calif. : Brooks/Cole Pub.

Battista, M. T. (2011). Conceptualizations and issues related to learning progressions, learning trajectories, and Levels of Sophistication. *The Mathematics Enthusiast*, 8, 507-569.

Bley N. S. ,& Thornton C. A. (2001). *Teaching Mathematics to Students with Learning Disabilities*. Austin: Pro-Ed.

Cawley,J.F.(1984). *Developmental teaching of mathematics for the learning disabled*. Rockville, Md.:Aspen Systems Corporation.

Kirby,J.R.,& Becker,L.D.(1988).Cognitive components of learning problems in arithmetic.*Remedial and Special Education*,9, 7-16.

Lerner, J. W. (2003). *Learning Disabilities: Theories, Diagnosis, and Teaching*. Boston: Houghton Mifflin.

Wilson, M. R., & Bertenthal, M. W. (2006). *Systems for state science assessment*. Washington, D.C. : National Academies Press.

## 第七章 附錄

### 附件一：時間表

預期完成日期	需要完成事項
10 月中	了解學生以往的學習情況
10 月中	製作課堂觀察記錄表
10 月尾	製作「利用倍和乘表示」評定量表 「根據乘式畫圖」評定量表
11 月初	製作「基礎乘法應用題」評定量表 「進階乘法應用題」評定量表
11 月尾	收集數據

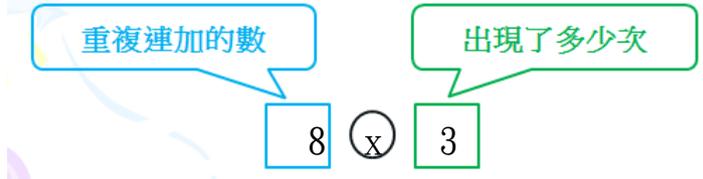
## 附件二：課堂觀察記錄表

教學重點	
有沒有問題出現，如有  (i) 在哪些教學部份  (ii) 犯錯的類型  (iii) 人數佔全班人數的幾成	
問題出現的原因	
可行的改善方法	

## 附件三：「乘法概念」評定量表

目標	題目	評量結果
能根據圖意寫出 (i) 連加式 (ii) 乘式	<p>1. 看圖填一填。</p> <p>一盒雞蛋有 10 隻。</p>  <p>_____ + _____ + _____ = _____</p> <p>用乘式表示：_____ x _____ = _____</p> <p>用倍表示：_____ 的 _____ 倍是 _____</p> <p>2. 依圖意寫出連加式和乘式。</p>  <p>連加式：_____</p> <p>乘式：_____</p>	
能理解乘式所表達的意思	<p>根據乘式畫圖表示。</p> <p><math>3 \times 5</math></p>	

## 附件四：「根據乘式畫圖」評定量表

目標	題目	評量結果
能理解乘式所表達的意思	<p>根據乘式畫圖表示。</p> 	
		
	<p>5 x 4</p>	
	<p>2 x 7</p>	

## 附件五：「基礎乘法應用題」評定量表

目標	題目	評量結果
能根據題目 寫出乘式	1. 每盒有 8 個小蛋糕， 3 盒有多少個小蛋糕？	
	2. 9 隻蜘蛛共有腳多少隻？	
	3. 雞蛋 6 盒， 每盒有 4 隻， 共有雞蛋多少隻？	

## 附件六：「進階乘法應用題」評定量表

目標	題目	評量結果
能根據題目 寫出乘式	2. 1 支原子筆 9 元， 小欣和我各買原子筆 1 支， 我們共需付多少元？	
	2. 媽媽每一個星期都會給我零用錢， 我一天的零用錢有 10 元， 我一星期有零用錢多少元？	
	4. 我和 7 位同學每人買一包糖果， 一包糖果有 10 粒， 我們共有糖果多少粒？	