



香港教育大學

The Education University
of Hong Kong

小學教育（榮譽）學士學位課程 - 數學主修
畢業論文

『小學生於加減法應用題的困難和教學建議』

學生姓名：方浩輝

學生編號：

監督：徐美彩 導師/博士

May 2017

A Project submitted to The Education University of Hong Kong
for the degree of Bachelor of Education (Honours) (Primary) - Mathematics

聲明

本人方浩輝 謹此聲明，除特別註明之處，此報告（報告名稱：小學生於加減法應用題的困難和教學建議）乃本人在徐美彩導師的指導下完成之著述，而其內容亦從未曾以論文或報告形式，呈交香港教育大學或其他任何一所專上學府，以取得學位、文憑或其他學術資格。

_____ (簽名)

方浩輝 (正楷)

2017 年 05 月 12 日

論文摘要

本研究是探討香港的小學生在學習加減法應用題的困難、評估現時普遍的教學手法的成效以及提出有關教學建議。是次研究的對象範圍將針對小學四年級的學生及現職小學數學科教師，透過學生的工作紙測試、與教師的訪談以及數據分析收集資料。研究結果顯示一般的加減(混合)應用題教學手法沒有很大的成效，原因在於學生曾在老師指導與否下，一段時間後會容易喪失有關知識和技巧，因而一直解決不到學生的一些常見錯誤。因此，數學科教師應先認識學生有那些學習的困難，然後多利用不同的教學法針對改善不同學習程度的學生，甚至利用多媒體資源輔助教學，學生在學習加減法應用題的成效才得以有效地提升。

目錄

聲明	2
論文摘要	3
目錄	4-6
表次	
表 3-1：測試時間表	13
表 3-2：訪談對象的個人資料	16
表 3-3：研究日程	17
表 4-1：測驗工作紙各題的難度值(P)	18
表 4-2：測驗工作紙各題的鑑別指數(D)	19
表 4-3：試題鑑別指數與優劣之評鑑	20
表 4-4：30 名學生(15 組配對)的前測成績	21
表 4-5：15 名組別 A 學生(15 組配對)的前、後測試成績	22
表 4-6：15 名組別 B 學生(15 組配對)的前、後測試成績	24
圖次	
圖 3-1：加減法應用題題型	14
圖 3-2：魏克森 (Wilcoxon) 符號等級檢定臨界值表 – 配對母體	16
圖 4-1：測試工作紙各題的答對百分比	25

(一) 緒論

1.1) 研究背景	7
1.2) 研究目的	8
1.3) 研究問題/假設	8-9
1.4) 研究意義	9
1.5) 研究範圍	9

(二) 文獻綜述/回顧

2.1) 文字應用題類型與學習困難的關係	10
2.2) 小學生對加減法應用題感到困難的根本原因	10
2.3) 有效加減法應用題的教學方法的存在	11
2.4) 總結	11

(三) 研究設計

3.1) 研究取向	12
3.2) 研究方法 (資料搜集與分析方法)	12-16
3.2.1) 工作紙測試	13-14
3.2.2) 訪談	14-15
3.2.3) 項目分析 - 難度值(P)測試	15
3.2.4) 項目分析 - 鑑別指數(D)測試	15
3.2.5) 數據分析	15-16
3.3) 研究對象	16-17
3.4) 研究實施程序	17
3.5) 研究限制	17

(四) 研究結果及分析

4.1) 測驗工作紙各題的難度值	18-19
4.2) 測驗工作紙各題的鑑別指數	19-20
4.3) 測驗數據統計 - 研究假設檢定	20-24
4.3.1) 有老師協助和沒有老師協助的成績有顯著差異	20-21
4.3.2) 學生在老師協助下做題的即時成效較佳	21
4.3.3) 同一班學生在老師指導與否下的成績沒有顯著差異	22
4.3.4) 學生在老師曾指導與否下重做題目的成效可能沒有特別優勢	23
4.3.5) 同一班學生在沒有老師指導下的兩次成績沒有顯著差異	23-24
4.3.6) 學生在老師曾指導與否下重做題目的成效沒有特別優勢	24
4.4) 測驗數據統計 - 各題的答對比率	25
4.5) 教學意見	26-28
4.5.1) 常見的加減法應用題錯誤	26-28
4.6) 總結	28

(五) 研究啟示及建議

5.1) 教師應多利用不同的教學手法	29-31
5.1.1) 線段法	29
5.1.2) 畫圖比較數量	29-30
5.1.3) 樹圖層遞展示資料	30
5.1.4) 朗讀並標出題目	30
5.1.5) 簡化題目的數字試算	30
5.2) 電腦科技輔助教學程度	31
5.3) 總結	31

參考文獻.....	32-33
附錄一：測試工作紙範本.....	34
附錄二：組別 A 前測數據.....	35
附錄三：組別 B 前測數據.....	36
附錄四：組別 A 後測數據.....	37
附錄五：組別 B 後測數據.....	38
附錄六：訪談內容總結.....	39
附錄七：訪談錄音原稿.....	40-42

一、緒論

1.1 研究背景

解答應用題是小學數學課程的重要部分，不同類型的應用題分佈在一至六年級多個範疇中，且有著不同的重點。現今香港的學科著重螺旋式學習，即由具體到抽象、由簡單至複雜、由動作表徵至符號表徵等循序漸進，使每一階段的學習自成一個圓周，以後難度漸升高，範圍漸擴大，終而學習到完整的知識。(J.S. Brunner, 1960) 所以，本研究透過了解小學生在加減應用題上的困難，幫助他們在「數」的範疇上建構良好的知識和邏輯基礎，有助高小時學習四則運算及其應用題。

香港數學應用題的特點是以生活化的形式設計題目，提升學生的理解力和適應性。但研究者本人認為，小學生真正的困難在於理解題目邏輯和題目資料運用上，亦是香港數學教學常用的「解題四步曲」中要學生做到找出題目重點和資料的關係部分。一道應用題的表達方式和結構會影響學生產生不同的理解。因此，若學生能辨識到題目中的重要字眼和意思，對其理解題目和列出正確的算式可能很有幫助。很多的研究已經在一步加減應用題上證明解題的重要性，但若果就香港的情況，普遍初小學生在更著重邏輯性的兩步加減應用題上遇到的困難更多，例如「比多、比少」、逆向思維題型等等，故此研究兩步加減應用題看看有何發現。除此，兩步加減應用題的邏輯思考是小學生主要數學學習困難所在，也是教師教學困難所在，故借研究了解箇中難處，藉此作教學反思，幫助學生往後學習。

1.2 研究目的

小二是剛接觸兩步加減法應用題的年級（課程發展議會，2000），要求學生從低年級開始便建立邏輯思考和解題的能力，但並不是所有的學生都能培養到這方面的技能，特別是有特殊學習需要的學生，從而過渡至高小更高層次的加減法應用題，甚至四則混合計算，不穩固的學習基礎使這類學生面對的困難愈大。因此，考查小學生於加減法應用題上的困難十分重要，並為舒緩高小學生於加減法應用題上仍然存在的困難提供教學建議，所以本研究亦會圍繞小四學生作研究。

1.3 研究問題/假設

研究者就以上的研究背景和目的，有意探討以下三個研究問題：

- 1) 小學生於加減(混合)應用題上有甚麼常見的困難？
- 2) 普遍教師使用的教學方法對舒緩小學生於加減(混合)應用題的困難是否有效？
- 3) 教學上如何改善小四學生於加減(混合)應用題上仍然存在的困難？

研究綜合了一些本地教學分享以及研究者本人 4 年教授小學生數學輔導班的經驗，假定了以下香港小學生在加減法應用題常見的困難和有關的教學方法，以方便其後進行資料的搜集及分析：

- 1) 普遍的教學手法

綜合香港不同出版社的數學教科書，大多皆建議老師以「讀題、圈出重點字眼、引導式發問、解題、列出算式」類似步驟教授加減法應用題，所以本研究亦假設這是本地主流學校普遍的教學手法。

- 2) 香港小學生在加減法應用題常見的困難

- i. 不懂或難以把題目中的重要字眼轉化為「應增加或減少？」的概念。

- ii. 逆向思維題型理解例如:「公共巴士上原有一些乘客,到站後先下車 28 人,然後上車 16 人,現在巴士上有乘客 61 人,巴士上原有乘客多少人?」。
- iii. 「比多、比少」題型,學生習慣「多」字就是加,「少」字就是減,也是普遍老師一開始為方便學生快速理解應用題而建立的謬誤和矛盾。
- iv. 兩步計算只計算了一步便作為答案或忽略了題目中某一步的資料。

基於上述假定的情況,得出以下假設:

- I. 普遍教師使用的教學方法對舒緩小學生於加減法應用題上的困難成效不大。
- II. 現今小學生符合研究者所列於加減法應用題上的普遍困難,教學者可針對該些困難作出改善。

1.4 研究意義

本研究為了解決研究者在教學上所遇到的問題,提升教學質素和增進學生的學習效果,會以實際測驗進行教學研究。基於研究者的背景和研究動機,期望研究能找出學生在加減法應用題上的困難,從而針對設計更好的教材。同時,提升研究者本身的教學知能,解決往日教學的問題。

1.5 研究範圍

本研究的對象範圍將針對小學四年級的學生及現職小學數學科教師。

二、文獻綜述

在為了探討考查小學生於加減法應用題上的常見困難，以及舒緩高小學生於加減法應用題上仍然存在的困難的教學建議，文獻探討會包括：文字應用題類型與學習困難的關係、小學生對加減法應用題感到困難的根本原因、有效加減法應用題的教學方法的存在三個部份，茲分析如後。

2.1 文字應用題類型與學習困難的關係

很多教育工作者認為，初小階段的兒童在語言能力上皆處於起步階段，在讀字和識字率薄弱的情況下，要求他們能理解一道數學文字應用題，未免有一定難度。學者古明峰(1998)在加減法應用題和語文知識的關係的研究指出，語文知識中的語意結構、語意經驗和語意陳述與問題難度有密切關係。數學教育研究者 Erik De Corte and Lieven Verschaffel (2011) 在句子結構對初小學童解決加減應用題的影響性的研究中亦指出，一道應用題的表達方式和結構會影響學生產生不同的理解，例如題目是要求學生比較還是改變數字、先加還是先減的鋪排。不過，其研究又同時指出，文字的形式表達加減應用題比口述等其他媒體較有效，所以要解決學生對文字的理解是必須的。

2.2 小學生對加減法應用題感到困難的根本原因

要令學生理解題意，大概藉教授方式改善，但有一些先天原因，解釋了初小學童為何對加減應用題特別感到困難。其中符詔銘(2013)在數學學習困難學童數概念發展之個案研究中顯示，初小學生要理解加法應用題，必先發展出序列性合成運思，即是起始數概念，而要理解減法應用題，必先發展出累進性合成運思能力，即是內嵌數概念，大部分正常的學童都缺乏兩者的。Erik De Corte and Lieven Verschaffel (2011)更指出學童在涉及減法的應用題上情況比加法更差。

2.3 有效加減法應用題的教學方法的存在

不少學者都認為，既然初小學生面對文字有所困難，可以嘗試用圖示方式教授加減應用題。Fuson, Karen C.; Willis, Gordon B. (1989)在小學二年級加減應用題畫圖應用的研究指出，老師可以有效地利用圖示解決學生大部分的加減應用題。廖麗仙 (2015)在圖示策略融入國小二年級數學加減法 文字題解題成效之研究又發現，採用圖示策略來進行加減法文字題解題教學，可以協助學生理解題意，養成有效的解題習慣，培養學生自我監控的能力，進而提升解題的能力。可見，是存在更有效加減應用題教學方法。

2.4 總結

回應以上各文獻探討的發現，中文的理解能力與小學生在數學應用題的解題能力有著關係。而要有效地提升學生理解題目的含義，中文科的教學均要作出相應的配合。而針對大部分小學生在數方面的先天缺憾，教學本身也應更著重在圖示方面改善學生理解題目邏輯的技巧，圖示法不但對初學加減法應用題的學生有效，在現今的主流學校，愈來愈多有特殊學習需要的學生出現，圖示法對他們的數學學習更為有效，所以理應廣泛使用。

三、研究設計

本研究的焦點是考查小學生於加減法應用題上的常見困難，以及舒緩高小學生於加減法應用題上仍然存在的困難的教學建議。為了深入探討有關的焦點，研究者透過自身教學實習的時間，邀請實習學校進行是項研究，從而了解更真實的情況和收集更準確的數據。

3.1 研究取向

本研究會以量化和質性研究並合，以科學的角度證明現今普遍的加減法應用題教學沒有太大成效，並以教師真實經驗輔助，集結一些其他教學手法，藉以分享。

3.2 研究方法

為了增加工作紙測試所收集得來的數據參考性，避免作出主觀性的猜測和有傾向，所以進行各個項目分析 (Item Analysis)，包括難度值 (Item Difficulty) 和鑑別指數 (Index of Discrimination) 分析。試題的難度與鑑別指數密切相關，前者是後者的必要條件，測驗所包含的試題具有適當的難度，才有發揮鑑別作用的可能性。如果試題的難度太高，竟無一人能通過之，或難度太低，全體受試者皆能通過之，則失去鑑別不同能力程度的效用。一般而言，試題的難度愈適中，其鑑別作用愈大 (簡茂發, 1974)。之後，研究者會利用各個獨立數據進行比較和分析。此外，研究更結合訪談，藉此更具體、詳細和完整地描述研究現象及回應研究問題。最後，研究者會利用文字總結各個研究結論。

3.2.1 工作紙測試

本研究第一部分會以量化的方法進行研究，主要對對研究問題(二)：普遍教師使用的教學方法對舒緩小學生於加減(混合)應用題的困難是否有效？作出訂證。研究者選取自己教學實習期間所在的實習學校中，小學四年級其中兩班學生隨機各 15 人，共 30 人進行測試。研究者把其中一班 15 人列為組別 A，另外一班 15 人為組別 B，而每名學生有一個特定的編號，如組別 A 的第 1 個學生為 A1，方便紀錄。整個測試會分為前測和後測，兩測相距至少 3 星期，並使用相同工作紙，比較受試者一段時間後的表現。組別 A 的 15 人在前測中可獲老師協助，後測則沒有老師協助，所指的協助是研究者根據香港大部分教科書的教學建議，以「讀題、圈出重點字眼、引導式發問、解題、列出算式」等步驟指導學生，研究者直至受試者口頭或書寫上展示出答案，便完成協助。而組別 B 的 15 人在前測和後測皆沒有老師協助，藉以比較不同數據。(詳見表 3-1)

表 3-1 測試時間表

	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	
第一星期	組別 A 前測 (共 15 人)					協助
第二星期	組別 B 前測 (共 15 人)					不協助
第三星期	組別 A 後測 (共 15 人)					不協助
第四星期	組別 B 後測 (共 15 人)					不協助

研究者會以 Erik De Corte and Lieven Verschaffel (2011) 在一步加減法應用題的問題類型為藍本(詳見圖 3-1)，自行設計一份在題型上相類似的兩步加減法應用題工作紙(詳見附錄一)，問題類型包括：改變量、合併量及比較量三種，並根據香港的小學數學應用題特點，加入逆向思維的元素，要求受試者根據題目，用一條完整橫式列出便可。

圖 3-1 加減法應用題題型

Problem Types Used in the Study				
Type	Problem	Schema	Direction	Unknown
Change 1	Pete had 3 [5] apples; Ann gave Pete 5 [7] more apples; how many apples does Pete have now?	Change	Increase	Result set
Change 2	Pete had 6 [12] apples; he gave 2 [4] apples to Ann; how many apples does Pete have now?	Change	Decrease	Result set
Change 3	Pete had 3 [5] apples; Ann gave Pete some more apples; now Pete has 10 [13] apples; how many apples did Ann give to Pete?	Change	Increase	Change set
Change 6	Pete had some apples; he gave 3 [5] apples to Ann; now Pete has 5 [7] apples; how many apples did Pete have in the beginning?	Change	Decrease	Start set
Combine 1	Pete has 3 [5] apples; Ann has 7 [9] apples; how many apples do Pete and Ann have altogether?	Combine	None	Superset
Combine 2	Pete has 3 [5] apples; Ann also has some apples; Pete and Ann have 9 [14] apples altogether; how many apples does Ann have?	Combine	None	Subset
Compare 1	Pete has 3 [5] apples; Ann has more apples than Pete; Ann has 8 [12] apples; how many more apples does Ann have than Pete?	Compare	More	Difference set
Compare 3	Pete has 3 [5] apples; Ann has 6 [8] more apples than Pete; how many apples does Ann have?	Compare	More	Compared set

Note. Numbers in brackets were used in the third interview. The original problems were in Dutch.

3.2.2 訪談

本研究另一部分會以質性的方法進行研究，研究者根據文獻綜述 2.3 有效加減法應用題的教學方法，而設計了數條開放式的問題，並選取研究者自己教學實習期間所在的實習學校中的兩位現職小學數學科教師進行訪談，研究者會在訪談中邀請教師對自身的教學手法加以說明，當中科技教學能否提升學生解題的能力。在訪問時會了解教師在不同加減(混合)應用題題型的見解、中文理解能力和應用題解題的關係，從而回應研究問題。本研究會選取錄音為紀錄訪談資料的方法，錄音可確保受訪者所有說出的內容都能被保存，作為之後的分析 (Sharan, B.M. 著 / 顏寧譯，2011)。

訪談問題如下：

1. 你認為學生在學習加減(混合)文字題時是否存在困難？
2. 你認為學生學習好加減法應用題對他們往後學習有何重要性？
3. 以你的教學經驗所見，學生在學習加減法應用題常見的困難有什麼？
4. 一些逆向思考或者比多、比少的題目對學生是否相對較困難？
5. 以你的教學經驗所見，學生在做加減法應用題常見的錯誤有什麼？
6. 你認為中文理解能力會否影響學生做加減法應用題，特別是低年級？

7. 你在加減法應用題上的教學方法/心得是怎樣的？
8. 你會否認同用一些圖像或者動畫的方式教授加減法應用題是有效的？

3.2.3 項目分析 - 難度值(P)測試

雖然測驗工作紙的題目是根據 Erik De Corte and Lieven Verschaffel (2011) 一步加減法應用題的問題類型而設計而成的兩步加減法應用題，但題目某程度上涉及研究者的重新設計，所以會對各題目進行難度值 (Item Difficulty) 分析，評估各題是否適合小四學生進行測試。研究者會採用極端組法計算難度，利用組別 B 的前測結果作檢定，因為該些結果是在沒有老師協助和陌生題目下得出，比較中肯。研究者會將受試者每一題的分數依高低次序排列，把分數最前和最後的，各取 27% 作高分組和低分組，利用公式以每一試題高分組答對(P_H)與低分組答對(P_L)的人數百分比平均值計算出難度值(P)，並以表展示。

3.2.4 項目分析 - 鑑別指數(D)測試

此外，研究者又會進行鑑別指數 (Index of Discrimination) 分析，鑑別受試者能力的程度。同樣採用較中肯的組別 B 前測結果作檢定，以極端組法計算鑑別指數，將受試者每一題的分數依高低次序排列，把分數最前和最後的，各取 27% 作高分組和低分組，利用公式以每一試題高分組答對(P_H)與低分組答對(P_L)的人數百分比差值計出鑑別指數(D)，並以表展示。

3.2.5 數據分析

研究者會利用各個獨立數據進行比較，包括組別 A 前測和後測結果、組別 B 前測和後測結果，運用假設檢定 (Null Hypothesis)，求證是否符合研究假設 I：「普遍教師使用的教學方法對舒緩小學生於加減法應用題上的困難成效不大。」，以及其他發現。研究者會採用無母數統計法中的魏克森 (Wilcoxon) 配對組符號等級檢定，根據魏克森 (Wilcoxon) 符號等級檢定臨界值表 - 配對母體 (圖 3-2)，對

三個項目進行比對，分別是 1) 組別 A 前測成績和組別 B 前測、2) 組別 A 前測成績和組別 A 後測成績以及 3) 組別 B 前測成績和組別 B 後測成績，各個比對共 30 個得分項目(15 組配對)，計算受試者在研究者協助和不協助完成測卷下，成績有否顯著差異，以及受試者在老師曾否協助下，在一段時間後能否保持表現，最終目的是考查一般教學手法有否顯著成效。

圖 3-2 魏克森 (Wilcoxon) 符號等級檢定臨界值表 - 配對母體

魏克森(Wilcoxon)符號等級檢定臨界值表-配對母體									
單尾 $\alpha =$	雙尾 $\alpha =$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	$n = 9$	$n = 10$	$n = 11$	$n = 12$
0.05	0.10	1	2	4	6	8	11	14	17
0.025	0.05		1	2	4	6	8	11	14
0.01	0.02			0	2	3	5	7	10
0.005	0.01				0	2	3	5	7
單尾 $\alpha =$	雙尾 $\alpha =$	$n = 13$	$n = 14$	$n = 15$	$n = 16$	$n = 17$	$n = 18$	$n = 19$	$n = 20$
0.05	0.10	21	26	30	36	41	47	54	60
0.025	0.05	17	21	25	30	35	40	46	52
0.01	0.02	13	16	20	24	28	33	38	43
0.005	0.01	10	13	16	19	23	28	32	37
單尾 $\alpha =$	雙尾 $\alpha =$	$n = 21$	$n = 22$	$n = 23$	$n = 24$	$n = 25$	$n = 26$	$n = 27$	$n = 28$
0.05	0.10	68	75	83	92	101	110	120	130
0.025	0.05	59	66	73	81	90	98	107	117
0.01	0.02	49	56	62	69	77	85	93	102
0.005	0.01	43	49	55	62	68	76	84	92
單尾 $\alpha =$	雙尾 $\alpha =$	$n = 29$	$n = 30$	$n = 31$	$n = 32$	$n = 33$	$n = 34$	$n = 35$	$n = 36$
0.05	0.10	141	152	163	175	188	201	214	228
0.025	0.05	127	137	148	159	171	183	195	208
0.01	0.02	111	120	130	141	151	162	174	186
0.005	0.01	100	109	118	128	138	149	160	171
單尾 $\alpha =$	雙尾 $\alpha =$	$n = 37$	$n = 38$	$n = 39$	$n = 40$	$n = 41$	$n = 42$	$n = 43$	$n = 44$
0.05	0.10	242	256	271	287	303	319	336	353
0.025	0.05	222	235	250	264	279	295	311	327
0.01	0.02	198	211	224	238	252	267	281	297
0.005	0.01	183	195	208	221	234	248	262	277

3.3 研究對象

實驗學校為天水圍循道衛理小學，由於研究員被派往該學校進行教學實習，得以接觸到有關學生和老師。實驗的學生是小四學生，是研究員任教班別的學生，大部分受試的學生都是級中成績較好的。而經聯絡後，研究員認識了區老師(化名)和鍾老師(化名)，他們是研究員的指導老師，也是小四的數學科任老師，他們的個人資料如下 (詳見表 3-2)：

表 3-2 訪談對象的個人資料

教師名稱	任教班別	性別	教學年資	數學科教學年資
區老師	小四丁班	女	超過 20 年	超過 10 年
鍾老師	小四甲班	女	超過 10 年	超過 5 年

區老師和鍾老師分別是教學經驗比較舊和新的教師，研究員希望結合兩者不同的教學經驗，多方面評估現今學生在加減法應用題的困難。

3.4 研究實施程序

本研究在二零一六年二月至五月確立初步題目、初擬研究主題、研究問題、研究取向、研究方法和研究對象。於同年五月完成文獻綜述和研究計劃書。在二零一六年十月收集學校、學生家長和學生本人的測試同意書，十一月至十二月展開測試和進行訪問。在二零一七年二月至五月，研究者把所有搜集的資料整理和分析，並撰寫研究報告。(詳見表 3-3)

表 3-3 研究日程

實施日期	實施事項
02-05/2016	1. 初擬及提交研究計劃書
09/2016	2. 設計訪問問題
10/2016	3. 抽選受試者和編排測試時間
10/2016	4. 收集測試同意書
11-12/2016	5. 展開測試和進行訪問
01/2017	6. 訂定最後研究題目
02-04/2017	7. 資料整理和分析
04/2017	8. 口頭報告
05/2017	9. 提交畢業論文

3.5 研究限制

基於實驗學校的取向，本研究只可以小學四年級作為測試對象，資料的參考性比剛學習加減法應用題的小學二年級較遜。因為研究涉及收取 15 歲以下兒童的意見，要先徵得其家長同意，加上小四級別學生有限，數據項目的數量受到限制。同時，亦只針對一所學校的老師作意見收集，未必反映大部分香港學生的情況。

四、研究結果及分析

本研究以工作紙測試(前測和後測)及訪談，這兩種方式來收集研究資料，並就以下兩個研究問題：(一) 小學生於加減(混合)應用題上有甚麼常見的困難？及(二) 普遍教師使用的教學方法對舒緩小學生於加減(混合)應用題的困難是否有效？為分析及討論的主軸，以下會逐一作出分析及討論。

4.1 測驗工作紙各題的難度值

本研究的其中一個研究工具為測驗題目，因此可做難度分析。研究員所採用的數據為組別 B 的前測數據 (詳見附錄三)，因為該成績是受試者初次接觸題目並在沒有老師指導下得出的，所以較為中立，數據通過極端組法計算，得出各題的難度值 (Item Difficulty)，其計算公式如下：

$$P = \frac{P_H + P_L}{2}$$

P：難度值

P_H = 高分組答對某題目的人數百分比

P_L = 低分組答對某題目的人數百分比

研究員將每一題以分數高低排序，各取 27% 為高、低分組，以每一試題高分組答對(P_H)與低分組答對(P_L)的人數百分比平均值計算，得出各題的難度值如下(詳見表 4-1)：

表 4-1 測驗工作紙各題的難度值(P)

	題目一	題目二	題目三	題目四	題目五	題目六	題目七	題目八
P =	1	0.75	0.5	0.5	1	0.625	0.5	0.875

試題難度 P 值介於 0 與 1 之間， P 值愈接近 0，表示試題愈難； P 值愈接近 1，表示試題愈簡單。研究者在設計試題時，難度愈接近 .50 者愈佳。從表所見，題目一、五的難度對受試者相對較易；題目三、四、六及七的難度對受試者較適合，而測卷的難度平均值(P_A) = 0.71875，屬於中間偏易的水平，是可接受的難度。

4.2 測驗工作紙各題的鑑別指數

因為本研究的其中一個研究工具為測驗題目，因此亦可做鑑別度分析，鑑別受試者能力的程度。研究員所採用的數據為組別 B 的前測數據（詳見附錄三），因為該成績是受試者初次接觸題目並在沒有老師指導下得出的，所以較為中立，數據通過極端組法計算，得出各題的鑑別指數 (Index of discrimination)，其計算公式如下：

$$D = P_H - P_L$$

D ：鑑別指數

P_H = 高分組答對某題目的人數百分比

P_L = 低分組答對某題目的人數百分比

研究員將每一題以分數高低排序，各取 27% 為高、低分組，以每一試題高分組答對(P_H)與低分組答對(P_L)的人數百分比差計算，得出各題的鑑別指數如下(詳見表 4-2)：

表 4-2 測驗工作紙各題的鑑別指數(D)

	題目一	題目二	題目三	題目四	題目五	題目六	題目七	題目八
$D =$	0	5	75	30	0	50	100	25

表 4-3 試題鑑別指數與優劣之評鑑

鑑別指數	試題評鑑
40 以上	非常優良
30-39	良好
10-29	尚可
1-9	劣
0 以下(負數)	試題有誤或題意不明

鑑別指數愈大的試題愈佳，表示該試題與測驗總分愈一致，可參考表 4-3。從表所見，題目一、二及五未必能反映受試者的能力；題目三、四、六及七較適合反映受試者的能力，測卷的鑑別指數平均值(D_A) = 35.625，屬於良好水平，是可接受的鑑別指數。

4.3 測驗數據統計 – 研究假設檢定

針對研究目的 2) 普遍教師使用的教學方法對舒緩小學生於加減(混合)應用題的困難是否有效？研究者比較以下三項數據組合：1) 組別 A 前測成績和組別 B 前測、2) 組別 A 前測成績和組別 A 後測成績以及 3) 組別 B 前測成績和組別 B 後測成績，得出以下結論。

4.3.1 有老師協助和沒有老師協助的成績有顯著差異

研究員先就 1) 組別 A 前測成績和組別 B 前測成績，作假設檢定，檢定目的是探討學生最初接觸陌生的加減(混合)應用題時，有老師指導和沒有老師指導下的成效比對。而是次的假設為：「組別 A 前測成績與組別 B 前測成績存在顯著差異」。

研究員利用組別 A 前測成績(詳見附錄二)和組別 B 前測成績(詳見附錄三)，分成 15 組配對共 30 名學生，以 $N < 25$ 得出以下圖表結果($\alpha = .05$)：

表 4-4 30 名學生(15 組配對)的前測成績

配對	組別 A 前測成績	組別 B 前測成績	差值(d)	差值(d) (絕對值)	D 值等第	較少數符號的 等第絕對值
1	9	14	-5	5	8.5	---
2	16	16	0	0	---	---
3	14	10	+4	4	5.5	5.5
4	16	12	+4	4	5.5	5.5
5	14	12	+2	2	2.5	2.5
6	14	16	-2	2	2.5	---
7	15	8	+7	7	12	12
8	15	10	+5	5	8.5	8.5
9	15	14	+1	1	1	1
10	13	16	-3	3	4	---
11	15	10	+5	5	8.5	8.5
12	12	12	0	0	---	---
13	14	14	0	0	---	---
14	16	12	+4	4	5.5	5.5
15	16	10	+6	6	11	11
						T = 60

根據魏克森(Wilcoxon)符號等級檢定臨界值表 – 配對母體顯示(見圖 3-2)得出結論(一)：當 $N < 25$ ，因為 $T_{.05(15)} = 25$ ，計算結果 $T = 60 > 25$ ，符合假設，所以受老師協助的組別 A 前測成績和沒有受老師協助的組別 B 前測成績有顯著差異。

4.3.2 學生在老師協助下做題的即時成效較佳

研究員同時作出另一項假設：「有老師協助的組別 A 前測成績比沒有老師協助的組別 B 前測成績沒有太大分別」。

根據組別 A 前測的總成績 (= 214 分) 比組別 B 前測的總成績 (= 186 分) 高出 15.05%，得出結論(二)：結論(一)所指的「有顯著差異」偏向指出在老師指導下，學生即時性處理加減(混合)應用題的成效比沒有老師指導的為佳，否定假設。

4.3.3 同一班學生在老師指導與否下的成績沒有顯著差異

研究員再就 2) 組別 A 前測成績和組別 A 後測成績，作假設檢定，檢定目的是探討學生最初有老師幫助下處理加減(混合)應用題，但在一段時間後，並沒有老師協助下處理相同題目的表現比較。而是次的假設為：「組別 A 前測成績與組別 A 後測成績存在顯著差異」。

研究員利用組別 A 前測成績(詳見附錄二)和組別 A 後測成績(詳見附錄四)，分成 15 組配對共 15 名學生，以 $N < 25$ 得出以下圖表結果($\alpha = .05$)：

表 4-5 15 名組別 A 學生(15 組配對)的前、後測試成績

配對	組別 A 前測成績	組別 A 後測成績	差值(d)	差值(d) (絕對值)	D 值等第	較少數符號的 等第絕對值
1	9	12	-3	3	8.5	---
2	16	16	0	0	---	---
3	14	14	0	0	---	---
4	16	16	0	0	---	---
5	14	16	-2	2	5.5	---
6	14	16	-2	2	5.5	---
7	15	12	+3	3	8.5	8.5
8	15	16	-1	1	1.5	---
9	15	14	+1	1	1.5	1.5
10	13	14	-1	1	1.5	---
11	15	16	-1	1	1.5	---
12	12	12	0	0	---	---
13	14	14	0	0	---	---
14	16	14	+2	2	5.5	5.5
15	16	16	0	0	---	---
						T = 15.5

根據魏克森(Wilcoxon)符號等級檢定臨界值表 – 配對母體顯示得出結論(三)：當 $N < 25$ ，因為 $T_{.05(15)} = 25$ ，計算結果 $T = 15.5 > 25$ ，否定假設，所以受老師協助的組別 A 前測成績和沒有受老師協助的組別 A 後測成績沒有顯著差異。

4.3.4 學生在老師曾指導與否下重做題目的成效可能沒有特別優勢

研究員同時作出另一項假設：「組別 A 的受試者在一段時間後，若沒有老師的協助下重做測卷，整體成績沒有進步甚至倒退」。

根據組別 A 後測的總成績 (= 218 分) 比組別 A 前測的總成績 (= 214 分) 高出只有 1.869%，得出結論(四)：結論(三)所指的「沒有顯著差異」偏向指出在老師曾指導與否下，學生在若干時間後處理加減(混合)應用題的成效可能沒有特別優勢，符合假設。而研究指出「可能」是因為在前測時有組別 A 受試者沒有要求老師協助，所以未肯定他們是否在若干時間後處理加減(混合)應用題的成效也沒有特別優勢，要再作最後檢定。

4.3.5 同一班學生在沒有老師指導下的兩次成績沒有顯著差異

研究員最後就 3) 組別 B 前測成績和組別 B 後測成績，作假設檢定，檢定目的是探討學生在學習加減(混合)應用題的課題後，無論任何時候在沒有老師幫助下自行處理加減(混合)應用題的表現比較。而是次的假設為：「組別 B 前測成績與組別 B 後測成績存在顯著差異」。

研究員利用組別 B 前測成績(詳見附錄三)和組別 B 後測成績(詳見附錄五)，分成 15 組配對共 15 名學生，以 $N < 25$ 得出以下圖表結果($\alpha = .05$)：

表 4-6 15 名組別 B 學生(15 組配對)的前、後測試成績

配對	B 組別 前測成績	B 組別 後測成績	差值(d)	差值(d) (絕對值)	D 值等第	較少數符號的 等第絕對值
1	14	14	0	0	---	---
2	16	16	0	0	---	---
3	10	14	-4	4	6.5	---
4	12	10	+2	2	1.5	1.5
5	12	12	0	0	---	---
6	16	12	+4	4	6.5	6.5
7	8	14	-6	6	11	---
8	10	14	-4	4	6.5	---
9	14	14	0	0	---	---
10	16	12	+4	4	6.5	6.5
11	10	14	-4	4	6.5	---
12	12	14	-2	2	1.5	---
13	14	16	-2	2	1.5	---
14	12	14	-2	2	1.5	---
15	10	12	-2	2	1.5	---
						T = 14.5

根據魏克森(Wilcoxon)符號等級檢定臨界值表 – 配對母體顯示得出結論(五)：
當 $N < 25$ ，因為 $T_{.05(15)} = 25$ ，計算結果 $T = 14.5 > 25$ ，否定假設，所以均沒有
受老師協助的組別 B 前測成績和後測成績沒有顯著差異。

4.3.6 學生在老師曾指導與否下重做题目的成效沒有特別優勢

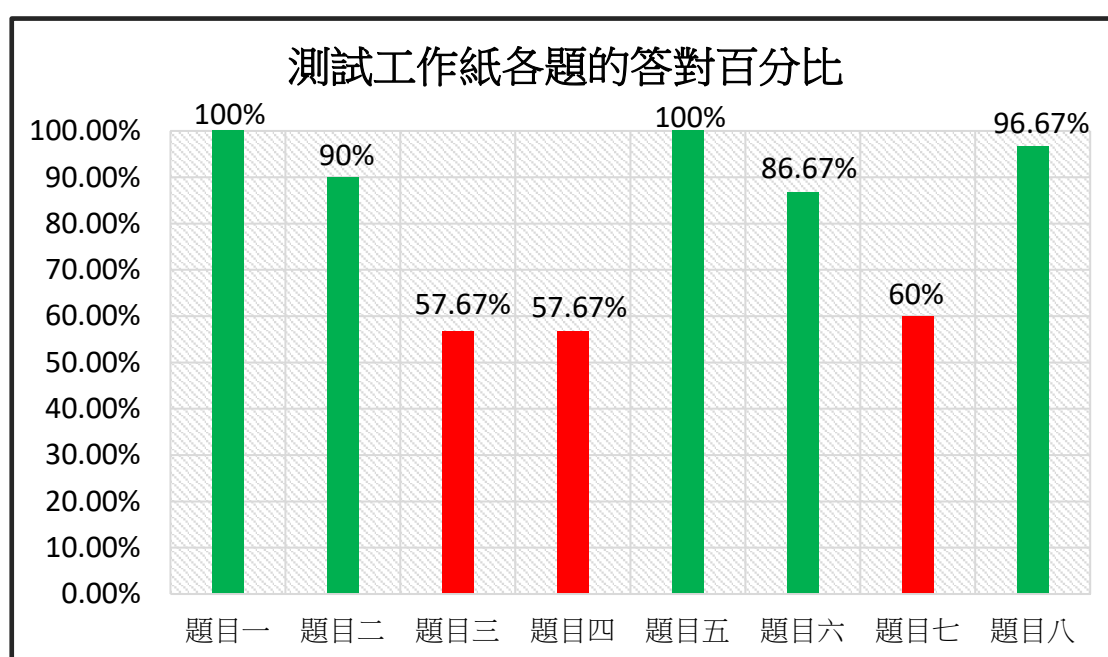
研究員同時作出另一項假設：「受試者曾受老師指導與否，在一段時間後重
做測卷，整體成績沒有顯著進步」。

結合結論(四)和(五)，得出結論(六)：有理由相信在老師曾指導與否下，學生
在若干時間後處理加減(混合)文字題的成效沒有特別優勢，符合假設。

4.4 測驗數據統計 – 各題的答對比率

除了假設檢定 (Null Hypothesis)，研究員總結了其他數據，計算出測驗工作紙各題的答對百分比，從而檢視小學生在哪一類型的加減法應用題的強弱，讓教師在有關的題型作出針對性的教學。研究員抽選了組別 A、B 的前測結果，因為較中立，而組別 A 前測則取沒有老師協助下的答對人數為參考數據，結果如下：

圖 4-1 測試工作紙各題的答對百分比



根據測驗工作紙的題目(詳見附錄一)，研究員發現題目三、四和七的答對比率都偏低，它們除了是涉及「改變量」以及「比較量」的題型，而且需要逆向思維，反映學生在有關的題目較難掌握。

4.5 教學意見

本研究的另一個研究工具為訪談，收集質性的意見。訪談訪問了兩位現職小學數學科教師對於加減法應用題的意見，主要回應本研究問題 1) 小學生於加減(混合)應用題上有甚麼常見的困難？以及研究問題 3) 教學上如何改善小四學生於加減(混合)應用題上仍然存在的困難？研究員總結了訪談內容(詳見附錄六)，得出各項小學生常見的加減法應用題錯誤，並加以討論。

4.5.1 常見的加減法應用題錯誤

根據老師意見，一些需要反覆比較的題目，學生會較難思考，亦有學生只見題目問了「多了多少」或「共有多少」便以為是加法。其次，一些逆向思維也令學生較困難。再者，很多初學的學生不能利用題目數據，用一條橫式列出。除了邏輯思維上的錯誤，一些小毛病例如抄錯數字、錯誤引用多餘資料、進位和借位錯誤、寫錯單位都會發生在強和弱的學生身上。研究員會抽取測試工作紙中的一些學生表現作展示。

學生最常犯的錯誤，是被題目中的文字誤導，「多」、「共」這些多被認為是加法(見圖 4.1、圖 4.2)，而「少」、「差了」則多被認為是減法，然而不是，而是要根據題目資料之間的關係而定，是次研究確實發現不少這方面的錯誤。

7) 小輝有 3 個蘋果，小惠有 4 個蘋果，小美比小輝和小惠共有的蘋果數目都要多，小美共有蘋果 8 個，問小美比小輝和小惠共有的蘋果數目多了多少個？	$3+4+8$	
圖 4.1		
3) 小輝有 3 個蘋果，小惠有 5 個蘋果，小美給了小輝和小惠一些蘋果後，小輝和小惠共有 10 個蘋果，問小美共給了他們蘋果多少個？	$3+5+2$	
圖 4.2		

其次，逆向思維的錯誤也經常出現，這類型的題目要求學生對題目有好的理解能力，低年級的學生犯上逆向思維的錯誤是正常的，因為基礎仍未掌握，然而高年級的學生仍會有這情況出現，見圖 4.3、圖 4.4、圖 4.5、圖 4.6，學生所列寫的橫式數字順序是題目的數字順序，反映學生未有經過逆向思考題目的資料關係。

3) 小輝有 3 個蘋果，小惠有 5 個蘋果，小美給了小輝和小惠一些蘋果後，小輝和小惠共有 10 個蘋果，問小美共給了他們蘋果多少個？ $3+5=10$ 0	3) 小輝有 3 個蘋果，小惠有 5 個蘋果，小美給了小輝和小惠一些蘋果後，小輝和小惠共有 10 個蘋果，問小美共給了他們蘋果多少個？ $5+3+2$ 0
圖 4.3	圖 4.4
7) 小輝有 3 個蘋果，小惠有 4 個蘋果，小美比小輝和小惠共有的蘋果數目都要多，小美共有蘋果 8 個，問小美比小輝和小惠共有的蘋果數目多了多少個？ $(3+4)-8$ 0	4) 小輝有一些蘋果，小惠也有一些蘋果，小輝給了小美 2 個蘋果，小惠也給了小美 3 個蘋果後，小輝和小惠現在共剩下 4 個蘋果，問小輝和小惠原本共有蘋果多少個？ $2+3-4$ $=5-4$ $=1$ 0
圖 4.5	圖 4.6

一般加減(混合)應用題都會涉及最少 3 個數字資料，學生剛學習列式時，特別是教科書常建議學生分開兩條橫式列寫，最後計算答案，這樣對初學的學生是有幫助的，但若老師往後的教學糾正不當，學生會依賴了這種方式列式，而不能用一條完整的橫式列出(見圖 4.7、圖 4.8)，這樣會影響他們整合題目資料的能力。

4) 小輝有一些蘋果，小惠也有一些蘋果，小輝給了小美 2 個蘋果，小惠也給了小美 3 個蘋果後，小輝和小惠現在共剩下 4 個蘋果，問小輝和小惠原本共有蘋果多少個？ $4+3$ $4+2$ $7+6$ $=7$ $=6$ $=12$ 原本共蘋果 2 個 0	4) 小輝有一些蘋果，小惠也有一些蘋果，小輝給了小美 2 個蘋果，小惠也給了小美 3 個蘋果後，小輝和小惠現在共剩下 4 個蘋果，問小輝和小惠原本共有蘋果多少個？ $2+4=6$ $3+4=7$ 0
圖 4.7	圖 4.8

一些邏輯思考以外的犯錯也常出現，例如抄寫錯題目資料(見圖 4.9)、題目理解錯誤(見圖 4.10)以及括號應用錯誤(見圖 4.11)等。

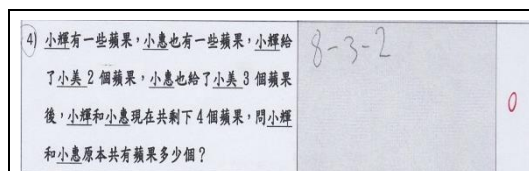


圖 4.9

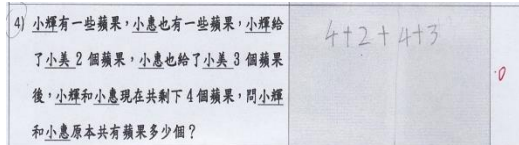


圖 4.10

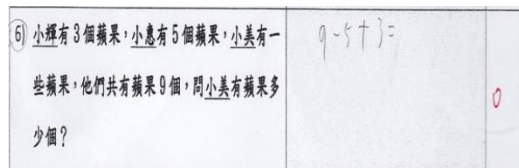


圖 4.11

4.6 總結

在量化研究上，研究員回應研究問題 2) 普遍教師使用的教學方法對舒緩小學生於加減(混合)應用題的困難是否有效？，作出了以下的歸納：

- (一) 受老師指導下處理加減(混合)應用題會有即時性的成效。
- (二) 受老師指導下處理加減(混合)應用題的成效並不反映學生已掌握解題技巧。
- (三) 在一段時間後，學生有可能會喪失相關知識。
- (四) 學生曾受老師指導與否，在一段時間後重做測卷，整體成績皆沒有顯著進步。
- (五) 一般的加減(混合)應用題教學手法沒有很大的成效。

在質性研究上，研究員回應研究問題 1) 小學生於加減(混合)應用題上有甚麼常見的困難？總結出小學生經常沒有理解清楚數字資料的關係而被題目的字眼誤導、逆向思維的能力較弱以及難以整合資料以完整的橫式列寫。

五、研究啟示及建議

此章節會根據質性研究結果內容以作分析，從而回應研究問題 3) 教學上如何改善小四學生於加減(混合)應用題上仍然存在的困難？以及目的，提出更多可以嘗試的教學手法，幫助現職及準數學科教師知道小學生在加減法應用題上的弱處，針對改善學生解題的能力和學習成效。

5.1 教師應多利用不同的教學手法

研究員相信加減法應用題的教學並非單一的，教師應具備和運用多元化的教學，去應對不同學習程度的學生。現況是，主流學校的特殊學習需要學童愈來愈多，即使是特殊學校，基於共同課程架構的原則，一般都會依循普通學校的課程結構，再按學生個別需要作出調適（陳智明、鄧國俊，2010），所以多元的教學可令這些學生更易理解題目，引起學習加減法應用題的興趣和成功感。

5.1.1 線段法

根據訪談內容，A 老師的意見指出：『由低年級開始會教他們用線段法，用圖像理解「多」、「少」，「數線」是在幫助學生練習數感。』（詳見附錄六）很多新版的教科書都有建議老師運用線段法教授加減法應用題，這是比較適合在初學時運用，或在一些需要反覆比較多項資料的題目，可讓學生清楚理解「誰多誰少」，提升數感。不過，一些數學能力比較弱的學生，未必能透過數線的轉化而理解到題目重點。

5.1.2 畫圖比較數量

老師可以有效地利用圖示解決學生大部分的加減應用題（Fuson, Karen C.; Willis, Gordon B., 1989）。畫圖法比線段法更能表達清楚「誰多誰少」，而且教學

會較生動，引起學生的學習興趣。不過，若老師時常畫圖，會浪費不少課堂時間，而且學生實際上亦難以應用出來。

5.1.3 樹圖層遞展示資料

樹圖是比較新式的教學法應用在加減法應用題，主要是解釋題目中各個項目的關係，例如「A 比 B 少，C 又比 B 少，問 C 有多少？」，學生清楚題目資料互相關係後，可把關係轉化回數字列式計算。不過，一些數學能力比較弱的學生會較難掌握。

5.1.4 朗讀並標出題目

根據學者侯禎塘 (2004)指出，特殊教育需求兒童數學學習困難的補救教學策略上，在解應用題有困擾時，仔細再讀一次題目、劃出答案所要求的關鍵字、尋找題目中的其他關鍵字並去除不必要的資訊、標示出任何關鍵數字，是「問題解法」的一種。可見，這普遍教師會應用的教學法，皆適用在正常和特殊學生身上。不過，隨著大部分學生都掌握解題技巧，這種方法的實用性會下降。

5.1.5 簡化題目的數字試算

如果加減(混合)應用題的數字數值較大，老師在示範時可嘗試簡化數字解題，先減少學生計算上的麻煩，集中理解題目，節省時間。不過，這方法只方便計算，對理解題目未必有幫助。

5.2 電腦科技輔助教學程度

多媒體教學是板書以外其中一種選擇性教學方式，香港的數學科都會使用多媒體資源上課。利用電腦多媒體的輔助教學，它具有反覆式練習、個別化學習和遊戲式教學的特性（侯禎塘，2004）。在加減法應用題上，一些簡報配合動畫，可以把题目的情境演繹出來，比起只用線段或圖示表達資料的關係來得更有效，學生更能明白題目重點，特別是低年級看到文字會害怕，如果把文字用板書或者圖像法表達，視覺概念會使他們理解題目意思。不過，多媒體教學並非沒有壞處，對學生而言，長期透過簡報學習會顯得麻木，減少了學生思考；對老師而言，長期使用投影幕和電腦會傷眼。再者，多媒體資源需要大量時間去製作，對於平日工作很忙的老師是沒有多餘時間去準備，這也是課堂上老師比較少用的原因，所以板書會是最好、圖像或者動畫只是輔助（詳見附錄六）。

5.3 總結

總括而言，普遍小學生在學習加減、加減混合應用題會存在困難，語文理解能力亦有可能是影響學生做加減(混合)應用題的因素之一。加減(混合)應用題對學生往後的數學學習十分重要，良好的數據整理對於複雜的列式會有幫助，教師先要針對學生的主要錯誤問題如誤解題目重點字眼、逆向思維、列寫一條完整橫式等等，找出學生的問題後，教師就可嘗試以一般讀題、標重點以外，用不同的教學手法，甚至利用多媒體教學輔助，盡力舒緩較弱的學生和有特別學習需要的學生在學習加減(混合)應用題的困難。透過以上三個教學部份，學生在學習加減法應用題能有效地提升。

參考文獻

Bruner, J. S. (1960). *The Process of education*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Erik De Corte and Lieven Verschaffel (2011) , The Effect of Semantic Structure on First Graders' Strategies for Solving Addition and Subtraction Word Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 18, No. 5 (Nov., 1987), pp. 363-381.

Fuson, Karen C.; Willis, Gordon B. (1989) , Second graders' use of schematic drawings in solving addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology*, Vol 81(4), Dec 1989, 514-520.

Sharan, B.M. 著，顏寧譯（2011），《質性研究設計與施作指南》，上海，華東師範大學出版社。

課程發展議會 (2000) ，數學課程指引（小一至小六），檢至 <http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/curr/pri-math-2000.html> 。

簡茂發 (1974)，試題分析的方法，國立臺灣師範大學教育研究所集刊, 016(000), r001-r010

古明峰 (1998)，加減應用題語文知識對問題難度之影響暨動態評量在應用問題之學習與遷移歷程上研究。新竹師院學報。第十一期，391-420。

符詔銘 (2013)，三名數學學習困難學童數概念發展之個案研究。國立臺北教育大學特殊教育學系學位論文，1 - 184。

廖麗仙 (2015)，圖示策略融入國小二年級數學加減法文字題解題成效之研究。教育學系博碩士論文。

陳智明、鄧國俊 (2010)，香港與新加坡小學數學教育的特殊學習困難照顧。數學教育第三十期，68-69。

侯禎塘 (2004)，特殊教育需求兒童數學學習困難之特質、教學策略與創意遊戲數學之應用。特殊教育叢書，52-54。

方浩輝 (2016)，《初小學生於加減法應用題的困難和教學建議計劃書》。畢業論文研究計劃。

附錄一 測試工作紙範本

題目	請列寫一條橫式 (不用計算答案!!)	得分
1) <u>小輝</u> 有 3 個蘋果， <u>小惠</u> 給了 <u>小輝</u> 5 個蘋果， <u>小美</u> 給了 <u>小輝</u> 4 個蘋果，問 <u>小輝</u> 現在共有蘋果多少個？ 【改變量】	【答案：3 + 5 + 4】	
2) <u>小輝</u> 有 6 個蘋果，他給了 <u>小惠</u> 2 個蘋果，又給了 <u>小美</u> 3 個蘋果， <u>小輝</u> 現在共有蘋果多少個？【改變量】	【答案：6 - 2 - 3】	
3) <u>小輝</u> 有 3 個蘋果， <u>小惠</u> 有 5 個蘋果， <u>小美</u> 給了 <u>小輝</u> 和 <u>小惠</u> 一些蘋果後， <u>小輝</u> 和 <u>小惠</u> 共有 10 個蘋果，問 <u>小美</u> 共給了他們蘋果多少個？【改變量】	【答案：10 - 3 - 5】	
4) <u>小輝</u> 有一些蘋果， <u>小惠</u> 也有一些蘋果， <u>小輝</u> 給了 <u>小美</u> 2 個蘋果， <u>小惠</u> 也給了 <u>小美</u> 3 個蘋果後， <u>小輝</u> 和 <u>小惠</u> 現在共剩下 4 個蘋果，問 <u>小輝</u> 和 <u>小惠</u> 原本共有蘋果多少個？ 【改變量】	【答案：4 + 2 + 3】	
5) <u>小輝</u> 有 3 個蘋果， <u>小惠</u> 有 5 個蘋果， <u>小美</u> 有 4 個蘋果，問他們現在共有蘋果多少個？【合併量】	【答案：3 + 5 + 4】	
6) <u>小輝</u> 有 3 個蘋果， <u>小惠</u> 有 5 個蘋果， <u>小美</u> 有一些蘋果，他們共有蘋果 9 個，問 <u>小美</u> 有蘋果多少個？【合併量】	【答案：9 - 3 - 5】	
7) <u>小輝</u> 有 3 個蘋果， <u>小惠</u> 有 4 個蘋果， <u>小美</u> 比 <u>小輝</u> 和 <u>小惠</u> 共有的蘋果數目都要多， <u>小美</u> 共有蘋果 8 個，問 <u>小美</u> 比 <u>小輝</u> 和 <u>小惠</u> 共有的蘋果數目多了多少個？【比較量】	【答案：8 - 3 - 4】	
8) <u>小輝</u> 有 3 個蘋果， <u>小惠</u> 有 4 個蘋果， <u>小美</u> 比 <u>小輝</u> 和 <u>小惠</u> 共有的蘋果數目少了 3 個，問 <u>小美</u> 共有蘋果多少個？ 【比較量】	【答案：3 + 4 + 3】	

附錄二 組別 A 前測數據

	題目一	題目二	題目三	題目四	題目五	題目六	題目七	題目八	總分
A1	2	2	1	0	2	0	0	2	= 9
A2	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
A3	2	2	1	1	2	2	2	2	= 14
A4	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
A5	2	2	1	1	2	2	2	2	= 14
A7	2	2	1	1	2	2	2	2	= 14
A8	2	2	1	2	2	2	2	2	= 15
A9	2	2	1	2	2	2	2	2	= 15
A10	2	2	1	2	2	2	2	2	= 15
A11	2	2	2	1	2	2	0	2	= 13
A12	2	2	2	1	2	2	2	2	= 15
A13	2	0	2	2	2	2	0	2	= 12
A14	2	2	2	2	2	2	0	2	= 14
A15	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
A16	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
									= 214
需協助 人數	0	0	7	5	0	0	0	0	
總答對 人數	15/15	14/15	15/15	14/15	15/15	14/15	11/15	15/15	
答對 人數 (不協助)	15/15	14/15	8/15	9/15	15/15	14/15	11/15	15/15	

** (0 分 = 答錯 ; 1 分 = 老師協助下答對 ; 2 分 = 答對)

附錄三 組別 B 前測數據

	題目一	題目二	題目三	題目四	題目五	題目六	題目七	題目八	總分
B1	2	0	2	2	2	2	2	2	= 14
B3	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
B4	2	2	0	2	2	0	0	2	= 10
B5	2	2	0	0	2	2	2	2	= 12
B6	2	2	2	0	2	2	0	2	= 12
B7	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
B8	2	2	0	0	2	2	0	0	= 8
B9	2	0	2	0	2	2	0	2	= 10
B10	2	2	2	0	2	2	2	2	= 14
B11	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
B12	2	2	0	2	2	0	0	2	= 10
B13	2	2	2	0	2	2	0	2	= 12
B14	2	2	2	2	2	2	0	2	= 14
B15	2	2	0	2	2	0	2	2	= 12
B16	2	2	0	0	2	2	0	2	= 10
									= 186
答對人數	15/15	13/15	9/15	8/15	15/15	12/15	7/15	14/15	

**** (0 分 = 答錯 ; 2 分 = 答對)**

附錄四 組別 A 後測數據

	題目一	題目二	題目三	題目四	題目五	題目六	題目七	題目八	總分
A1	2	2	0	0	2	2	2	2	= 12
A2	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
A3	2	2	2	2	2	2	0	2	= 14
A4	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
A5	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
A7	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
A8	0	2	2	2	2	2	0	2	= 12
A9	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
A10	2	2	0	2	2	2	2	2	= 14
A11	2	2	2	2	2	2	0	2	= 14
A12	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
A13	2	2	0	0	2	2	2	2	= 12
A14	2	2	2	2	2	2	0	2	= 14
A15	2	2	2	2	2	2	2	0	= 14
A16	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
答對人數	14/15	15/15	12/15	13/15	15/15	15/15	11/15	14/15	= 218

**** (0 分 = 答錯 ; 2 分 = 答對)**

附錄五 組別 B 後測數據

	題目一	題目二	題目三	題目四	題目五	題目六	題目七	題目八	總分
B1	2	2	2	0	2	2	2	2	= 14
B3	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
B4	2	2	0	2	2	2	2	2	= 14
B5	2	2	0	0	2	2	0	2	= 10
B6	2	2	2	2	2	2	2	2	= 12
B7	2	2	2	0	2	2	0	2	= 12
B8	2	2	2	2	2	0	2	2	= 14
B9	2	2	2	2	2	2	0	2	= 14
B10	2	2	2	0	2	2	2	2	= 14
B11	2	2	2	2	2	2	0	0	= 12
B12	2	2	2	2	2	2	0	2	= 14
B13	2	2	2	2	2	2	0	2	= 14
B14	2	2	2	2	2	2	2	2	= 16
B15	2	2	2	2	2	2	0	2	= 14
B16	2	2	2	0	2	2	2	0	= 12
答對人數	15/15	15/15	13/15	10/15	15/15	14/15	8/15	13/15	= 202

** (0 分 = 答錯 ; 2 分 = 答對)

附錄六 訪談內容總結

	A 老師	B 老師
(1) 學生在學習加減、加減混合文字題存在困難	有，有可能是數感問題，也有可能是語文理解能力弱而令到他不理解計算，特別是低年級。	有，學生在文字理解是弱的。
(2) 加減文字題的重要性	相當重要，對將來有括號的四則運算有幫助。	重要性是教他們如何有系統地整理數據，對列式有很大幫助。
(3) 加減文字題常見的困難	有一些題目不是直接地問，會轉折一點地思考，特別有些題目會比較兩次，例如 A 比 B 再 C 比 B，令學生有三個比較時便難以接受，一些逆向思維也令學生會較難思考(見例子 1)。學生遇過複雜的題目時，不能列出一條完整的式，單位的轉變會令學生思考上卻步。	特別是一些比較的語句中，例如 A 比 B 多或 B 比 A 少，這問題還好，起碼學生只需分辨加或減，但有一些題目是反覆比較的，例如 A 比 B 多，B 又比 C 少，學生見到多字就會以為是加(見例子 3)，但其實要根據題目問哪一個的數目而定。即是說如果題目多一個層次，學生就會出現困難。 逆向思維一般都是學生的最大困難。學生初學時不能用一條式完整列出。
(4) 加減文字題常見的錯誤	有時數字較大數值時，學生便會犯進位、借位的毛病，有多餘資料的題目，高年級的題目有時會分成 A、B 兩題(見例子 2)，單位出錯也會出現。	列式的方式也會有困難，當題目有三個數據時，有些學生會分開兩條式計算。另外，有可能會抄錯數字(見例子 4)、計算錯。
(5) 詞彙識字率低或者中文理解能力的影響性	存在，是其中一個因素。	會有關係的。
(6) 教學方法/心得	由低年級開始會教他們用線段法，用圖像理解「多」、「少」、「數線」是在幫助學生練習數感。畫圖也有幫助。會參考一些參考書，發現一些有趣的方法例如樹圖，可以把一些題目資料層遞式展示，有些加減關係如 2 加 3 和 3 加 2 是雙向的，自小用這些思考工具可幫助小朋友學習數學，概念弄清楚，遇到的困難只剩下處理大數值的數字而已。	先訓練學生把題目朗讀出來，之後就把中心問題標出，然後找出有用的數據資料，因為有時一些高層次的題目會夾雜一些多餘資料，先要明白題目問甚麼很重要，運算可以靠熟練。方法未至於最有效，但一定是幫助到學生的，主要減低他們大意出錯的機會，可能線段法未必人人適用，弱生未必明白，這時候便要單獨和他反覆讀題，拆題分析。
(7) 圖像或者動畫教學的效用	如果老師有時間去準備是好的，但對老師而言就不可以長期使用，因為會傷眼，對學生而言，透過簡報學習會顯得麻木，減少了學生思考。	一定有效的，低年級看到文字會害怕，如果把文字用板書或者圖像法表達，視覺概念會使他們理解題目意思，用最具體的方法表達是最好的，如果有動畫加插會更好。

附錄七 訪談錄音原稿

受訪者：區老師 (以下簡稱 A 老師)

受訪者背景：天水圍循道衛理小學小四數學科主任

訪問日期：2016 年 12 月 2 日

訪問者：1) 你認為學生在學習加減、加減混合文字題是否存在困難？

A 老師：學生對文字理解有困難的原因是因為他們的中國語文能力比較差，未必是數感的問題，是語文理解能力弱而令到他們不懂計算，我們由低年級開始會教他們用線段法，用圖像理解「多」、「少」、「數線」是在幫助學生練習數感，例如 A 比 B 多，我們會說 A 是主角，A 便是較多，而 B 便是較少，待明白了誰是較多的主角和哪個較少，學生便知道以下的題目是一條加數還是減數，因為中心問題是在問 B 有多少，還是 A 有多少，如是前者，題目便有可能是一條減數。

訪問者：2) 如是者你認為主要是中文理解能力弱所導致的？

A 老師：對。

訪問者：3) 你認為學生學習好加減文字題對他們往後學習有何重要性？

A 老師：我認為是相當重要的。如果在低年級仍未弄清加減，去到高年級有括號的四則運算，他便無法聯想到一條完整的算式出來，或者只能列出幾條算式，然後合併起來計算而已。

訪問者：4) 以你的教學經驗所見，學生在學習加減文字題還有甚麼常見的困難？

A 老師：有一些題目不是直接地問，會轉折一點地思考。例如周界，題目未必問如何計算周界，而是給了一個周界，要學生找出邊長，其實已經是一個逆向思維，學生會較難思考，甚至一些題目會更花巧、更詳盡，會令學生更混亂。

訪問者：5) 我認為還有一些困難可能會常出現的，不知道在下會否同意，例如一些題目有三個或者四個數字資料時，學生未能夠以一條算式列寫，又例如錯誤利用多餘資料，又例如單位出錯等等。

A 老師：都會出現的。因為低年級時學生未遇過這麼複雜的題目，例如有多餘資料，高年級的題目有時會分成 A、B 兩題，A 題目會問關於長度，但 B 題目卻會問關於價錢，單位的轉變會令學生思考上卻步，這是學生弱和令他們習慣分題做的原因，如果不分題做，便是一條高階的題目了。

訪問者：6) 你認為詞彙識字率低或者中文理解能力會否影響學生做加減文字題，由期低年級？

A 老師：這是其中之一，另外就是有些題目會比較兩次，例如 A 比 B 再 C 比 B，令學生有三個比較時便難以接受，我自己常教學生用一條數線表達出來，會更加清楚。有時一上數字較大數值時，學生便會犯進位、借位的毛病，所以未必只是概念上的問題。

訪問者：7) 除了以上提及用數線，你在加減文字題上教學方法或心得是怎樣的？

A 老師：其實也可以畫圖的，有些學生會喜歡這個思考方式。

訪問者：8) 你覺得你這個方法是否有效？或者有否可以改善的地方？

A 老師：會參考一些參考書，發現一些有趣的方法例如樹圖，可以把一些題目資料層遞式展示，有些加減關係如 2 加 3 和 3 加 2 是雙向的，自小用這些思考工具可幫助小朋友學習數學，概念弄清楚，遇到的困難只剩下處理大數值的數字而已。

訪問者：其實遇到一些大數值的數字時可先簡化數字來教會更好。

訪問者：9) 你會否認同用一些圖像或者動畫的方式教授加減文字題是有效的？

A 老師：如果老師有時間去準備是好的，但對老師而言就不可以長期使用，因為會傷眼，對學生而言，透過簡報學習會顯得麻木，減少了學生思考。我自己教授除法時，會用一些實物作示範，例如用數粒和膠盤數目的關係學識分物，會對長除式的過程更認識。所以 IT 科技的進步一定可以幫助學生學習。

.....

受訪者：鍾老師 (以下簡稱 B 老師)

受訪者背景：天水圍循道衛理小學小四數學科任老師

訪問日期：2016 年 12 月 2 日

訪問者：1) 你認為學生在學習加減、加減混合文字題是否存在困難？

B 老師：困難一定會有的，學生在文字理解是弱的，特別是一些比較的語句中，例如 A 比 B 多或 B 比 A 少，這問題還好，起碼學生只需分辨加或減，但有一些題目是反覆比較的，例如 A 比 B 多，B 又比 C 少，學生見到多字就會以為是加，但其實要根據題目問哪一個的數目而定。即是說如果題目多一個層次，學生就會出現困難。

訪問者：2) 你認為學生學習好加減文字題對他們往後學習有何重要性？

B 老師：方法是訓練思維，例如我校由一、二年班開始便會有一本數學思維的工作紙，主要教低年級學生如何用線段去分析這類複雜的題目，透過線段可清晰表達哪一個數據多或少，從中再運算。而重要性就是教他們如何有系統地整理數據，對列式有很大幫助。

訪問者：3) 是否逆向思維就是學生的最大困難？

B 老師：一般來就都是的。

訪問者：4) 是否一些數學成績較好的學生都會有這樣的困難？

B 老師：又未至於困難，多數是大意，不會 100%每次都答對。

訪問者：5) 以你的教學經驗所見，學生在做加減文字題有沒有其他常見錯誤？

B 老師：列式的方式也會有困難，當題目有三個數據時，有些學生會分開兩條式計算，而不能用一條式完整列出，初學時是會有阻礙的。另外，有可能會抄錯數字、計算錯。

訪問者：6) 你認為詞彙識字率低或者中文理解能力會否影響學生做加減文字題，由期低年級？

B 老師：會有關係的。

訪問者：7) 你在加減文字題上教學方法/心得是怎樣的？

B 老師：先訓練學生把題目朗讀出來，之後就把中心問題標出，然後找出有用的數據資料，因為有時一些高層次的題目會夾雜一些多餘資料，先要明白題目問甚麼很重要，運算可以靠熟練。

訪問者：8) 你覺得你這個方法是否有效？或者有否可以改善的地方？

B 老師：我自己以往都是用這些方法的，未至於最有效，但一定是幫助到學生的，主要減低他們大意出錯的機會，可能線段法未必人人適用，弱生未必明白，這時候便要單獨和他反覆讀題，拆題分析。

訪問者：9) 你會否認同用一些圖像或者動畫的方式教授加減文字題是有效的？

B 老師：一定有效的，低年級看到文字會害怕，如果把文字用板書或者圖像法表達，視覺概念會使他們理解題目意思，用最具體的方法表達是最好的，如果有動畫加插會更好。